

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA  
LA MOLINA**

**ESCUELA DE POSGRADO  
MAESTRÍA EN PRODUCCIÓN ANIMAL**



**“CURVA DE LACTACIÓN EN GANADO BOVINO LECHERO  
CON MODELOS NO LINEALES EN UN ESTABLO DEL  
VALLE DE HUAURA”**

**Presentada por:  
ANGEL GERARDO VÁSQUEZ REQUENA**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE  
MAGISTER SCIENTIAE EN PRODUCCIÓN ANIMAL**

**Lima - Perú**

**2017**

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA  
LA MOLINA**

**ESCUELA DE POSGRADO  
MAESTRÍA EN PRODUCCIÓN ANIMAL**

**“CURVA DE LACTACIÓN EN GANADO BOVINO LECHERO  
CON MODELOS NO LINEALES EN UN ESTABLO DEL  
VALLE DE HUAURA”**

**TESIS PARA OPTAR EL GRADO DE  
MAGISTER SCIENTIAE**

**Presentada por:**

**ANGEL GERARDO VÁSQUEZ REQUENA**

**Sustentada y aprobada ante el siguiente jurado:**

Mg.Sc. Marcial Estanislao Cumpa Gavidia  
**PRESIDENTE**

Mg.Sc. María Elisa Catalina García Salas  
**PATROCINADOR**

Mg.Sc. Jorge Rafael Vargas Morán  
**MIEMBRO**

Mg.Sc. Agustín Eugennio Pallette Pallette  
**MIEMBRO**

## **DEDICATORIA**

A Dios por llenar de muchas bendiciones y prosperidad mi vida.

A mis abuelos Elizabeth García L. y Gerardo Requena P. por ser parte fundamental en mi vida, por confiar en mí, por impulsarme a seguir adelante, por el apoyo incondicional, por sus enseñanzas y buenas costumbres.

## **AGRADECIMIENTO**

Mi especial agradecimiento a la Mg. Sc. María Elisa C. García Salas, quien ha sido mi patrocinadora durante el Programa de Maestría, por aceptarme en realizar la presente tesis bajo su orientación, supervisión y apoyo académico, por brindarme de forma desinteresada su confianza y amistad.

A Inversiones Pecuarías Granados S.A.C. por brindarme la oportunidad de realizar la presente investigación en la empresa; al Ing. Néstor Chagray Ameri - Jefe del establo, por los conocimientos brindados y su disposición en atendernos cada vez que solicitábamos su ayuda.

Al jurado evaluador: Mg. Sc. Marcial E. Cumpa Gavidia, Mg. Sc. Jorge R. Vargas Morán y Mg. Sc. Agustín E. Pallette Pallette por su apoyo y recomendaciones en la presente tesis.

Al Ing. Víctor Tello A., Diana Galvez B., Emmanuel Sessarego D., Manuel More M., y aquellas personas que en forma anónima y desinteresada compartieron sus conocimientos y amistad.

# ÍNDICE GENERAL

	Pág.
<b>I. INTRODUCCIÓN</b> .....	1
<b>II. REVISIÓN DE LITERATURA</b> .....	2
2.1. Situación de la producción de leche a nivel nacional.....	2
2.2. Curvas de lactación en ganado bovino lechero .....	2
2.3. Modelación matemática de la curva de lactación.....	3
2.3.1. Modelos utilizados para la curva de lactación.....	6
2.3.2. Criterios para la selección de los modelos.....	11
2.4. Ventajas del cálculo de la curva de lactación.....	12
2.5. Factores que influyen en la curva de lactación .....	14
2.5.1. Fisiológicos .....	14
2.5.2. Ambientales y de manejo.....	17
2.6. Persistencia lechera.....	19
2.6.1. Fisiología productiva.....	19
2.6.2. Importancia del cálculo de la persistencia .....	20
2.6.3. Aspectos económicos de la persistencia .....	21
2.7. Etapas productivas en la curva de lactación .....	22
2.7.1. Primer tercio de lactación .....	22
2.7.2. Segundo tercio de lactación.....	22
2.7.3. Tercer tercio de la lactancia.....	22
2.7.4. Periodo seco .....	23
<b>III. MATERIALES Y MÉTODOS</b> .....	24
3.1. Lugar de ejecución .....	24
3.2. Obtención de datos.....	26
3.3. Procesamiento de modelación de la curva de lactación.....	33

<b>IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN</b> .....	38
4.1. Curva de lactación de ganado lechero de raza Holstein con modelos no lineales y no lineales mixtos.....	38
4.1.1. Modelación para el primer parto.....	38
4.1.2. Modelación para el segundo parto .....	40
4.1.3. Modelación para el tercer parto a más.....	43
4.2. Elección del mejor modelo para primer, segundo y tercer a más partos.....	45
4.2.1. Pico de lactación y días al pico en modelos mixtos no lineales .....	45
4.2.2. Persistencia lechera según modelos mixtos no lineales .....	48
4.2.3. Evaluación de rendimiento de leche por etapa productiva.....	50
4.2.4. Producción de leche estimada a 305 días, según modelos mixtos no lineales para vacas en producción de la raza Holstein. ....	51
<b>V. CONCLUSIONES</b> .....	52
<b>VI. RECOMENDACIONES</b> .....	53
<b>VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	54
<b>VIII. ANEXOS</b> .....	65

## ÍNDICE DE TABLAS

	Pág.
<b>Tabla 1:</b> Estadísticos de las características productivas para (III) base de datos depurados total para primer, segundo, tercer, cuarto y quinto al séptimo parto.	28
<b>Tabla 2:</b> Estadísticos de características productivas para primer parto.	29
<b>Tabla 3:</b> Estadísticos de características productivas para segundo parto.	30
<b>Tabla 4:</b> Estadísticos de características productivas para tercer a más partos.	11
<b>Tabla 5:</b> Estadísticos de las características productivas (IV) base de datos depurados a modelar para primer, segundo y tercer a más partos.	33
<b>Tabla 6:</b> Modelos no lineales y mixtos no lineales para ganado lechero de primer parto.	38
<b>Tabla 7:</b> Modelos no lineales vs. mixtos no lineales para ganado lechero de primer parto.	39
<b>Tabla 8:</b> Modelos no lineales y mixtos no lineales para ganado lechero de segundo parto.	41
<b>Tabla 9:</b> Modelos no lineales vs. mixtos no lineales para ganado lechero de segundo parto.	42
<b>Tabla 10:</b> Modelos no lineales y mixtos no lineales para ganado lechero de tercer a más parto.	43
<b>Tabla 11:</b> Modelos no lineales vs. mixtos no lineales para ganado lechero de tercer a más partos.	44
<b>Tabla 12:</b> Modelos de mejor ajuste para primer, segundo y tercer a más partos.	45
<b>Tabla 13:</b> Producción y días al pico para modelos mixtos no lineales.	46
<b>Tabla 14:</b> Persistencia lechera respecto al pico y caída mensual de la persistencia (%), según modelos mixtos no lineales.	49
<b>Tabla 15:</b> Etapas productivas por tercios de lactación para primer, segundo y tercer a más partos.	50
<b>Tabla 16:</b> Producción de leche estimada a 305 días, según modelos mixtos no lineales.	51

## ÍNDICE DE FIGURAS

	Pág.
<b>Figura 1:</b> Modelos matemáticos aplicados al estudio de las causas de variación de la producción de leche.	5
<b>Figura 2:</b> Persistencia lechera.	20
<b>Figura 3:</b> Ciclo biológico productivo lácteo.	23
<b>Figura 4:</b> Mapa de la provincia de Huaura, región Lima provincias.	24
<b>Figura 5:</b> Vista satelital del establo Granados – Área de maternidad y recría.	25
<b>Figura 6:</b> Vista satelital del establo Granados- Área de producción.	55
<b>Figura 7:</b> Recolección y depuración de información de controles de leche y número de vacas.	27
<b>Figura 8:</b> Representación gráfica de los Kg de leche por día de los controles de producción para primer parto, periodo 2007-2013.	29
<b>Figura 9:</b> Representación gráfica de los Kg de leche por día de los controles de producción para segundo parto, periodo 2007-2013.	30
<b>Figura 10:</b> Representación gráfica de los Kg de leche por día de los controles de producción para tercer a más partos, periodo 2007-2013.	31
<b>Figura 11:</b> Procedimiento de depuración de la base datos.	32
<b>Figura 12:</b> Procedimiento de selección de la base datos obtenidas.	34
<b>Figura 13:</b> Curvas de lactación para primer, segundo y tercer a más partos con modelos mixtos no lineales.	47

## ÍNDICE DE ANEXOS

	Pág.
<b>Anexo 1:</b> Producciones diarias estimadas del primer hasta 305 días de acuerdo a modelos mixtos no lineales de Wood - Primer parto.	65
<b>Anexo 2:</b> Producciones diarias estimadas del primer hasta 305 días de acuerdo a modelos mixtos no lineales de Wilmink - Segundo parto.	67
<b>Anexo 3:</b> Producciones diarias estimadas del primer hasta 305 días de acuerdo a modelos mixtos no lineales de Wilmink - Tercer a más partos.	69

## RESUMEN

El objetivo de la presente investigación fue modelar la curva de lactación con modelos no lineales (MNL) y modelos mixtos no lineales (MMNL), en el periodo 2007-2013 en el establo Granados, para determinar la curva de mejor ajuste y para que sea de utilidad en las aplicaciones prácticas de evaluación de producción lechera en diferentes partos. Se analizó 22,173 datos de controles de leche (Kg) quincenal correspondiente al primer, segundo y tercer a más partos, con 1,302 lactaciones y 668 vacas de raza Holstein. Se evaluaron 4 MNL y 4 MMNL en base a los modelos de Brody, Wood, Cobby y Wilmink. Utilizando NLMIXED de SAS V9.4; incluyendo en MNL los efectos fijos y MMNL con efectos aleatorios. Luego se seleccionó el modelo con mejor ajuste; bajo los criterios de información Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC). Los MMNL tuvieron mejor ajuste para la curva de lactancia a 305 días. El modelo de Wood fue el de mejor ajuste para el primer parto y el modelo Wilmink para segundo y tercer a más partos. Así mismo se determinó el pico y días al pico, potencial productivo en los tercios de la lactancia y la producción a 305 días en los distintos números de partos.

**Palabras claves:** Curva de lactación, modelos no lineales, pico de producción, producción a 305 días.

## ABSTRACT

The objective of the present research was to model the lactation curve with nonlinear models (MNL) and mixed nonlinear models (MMNL), in the period 2007-2013 at the Granados herd, to determine the best fit curve and to be Useful in the practical applications of evaluation of milk production in different numbers of calving. We analyzed 22,173 test fortnightly dairy milk (Kg) data corresponding to the first, second and third more deliveries, with 1,302 lactations and 668 Holstein cows. Four MNL and four MMNL were evaluated based on the Brody, Wood, Cobby and Wilmink models. Using NLMIXED from SAS V9.4; including in MNL fixed effects and MMNL with random effects. Then the best fit model was selected; under the Akaike (AIC) and Bayesian (BIC) information criteria. MMNL had a better fit for the lactation curve at 305 days. Wood's model was the best fit for the first calving and the Wilmink model for second and third calving. The peak and days to peak were also determined, productive potential in thirds of lactation and production at 305 days in the different numbers of calving.

**Key words:** Lactation curve, nonlinear models, production peak, 305 days production.

## I. INTRODUCCIÓN

En estas últimas décadas la industria lechera está interesada por obtener altos niveles de producción, lo cual se viene logrando en base a la combinación de los factores que inciden en ella, una nutrición eficiente, un mejor manejo, el bienestar animal con el uso de instalaciones adecuadas y la intensa selección genética; reflejándose en la curva de lactación de las diferentes campañas y de la cual depende la vida productiva de la vaca en el hato lechero.

La persistencia de la lactación, está directamente relacionada con aspectos económicos de la rentabilidad en el hato lechero, ya que puede permitir la reducción de los costos de producción de leche al disminuir los costos de alimentación y su relación con la salud y la reproducción de las vacas (Tekerli *et al.* 2000). Por lo tanto, el rendimiento máximo y la persistencia son las únicas variables de las curvas de lactancia que están influenciados por muchos factores, aunque la forma general de la curva permanece sustancialmente sin cambios. En los países desarrollados la información sobre las curvas de lactancia están disponibles (Quinn *et al.* 2003; Schnier *et al.* 2003) en cambio poco se sabe acerca de este rasgo en los países en desarrollo.

En nuestro país, la industria lechera incrementó su acopio de leche en esta última década, generando un crecimiento en el número de vacas por establo y en el número de establos presentando variabilidades de persistencias. Un ejemplo de ello son los establos de primer nivel en el valle de Huaura, que se encuentran entre los 10 primeros en el ranking del servicio de productividad lechera y que ha servido para elegir uno de los mejores establos de la zona.

Por lo tanto, la presente investigación tuvo como objetivo modelar la curva de lactación utilizando modelos no lineales en el establo Granados en el periodo 2007 al 2013, para determinar la curva de mejor ajuste con los criterios de selección de Akaike y Bayesiano; para que sea de utilidad al ganadero, la aplicación práctica de la curva de lactación será determinando el pico de producción, persistencia lechera y estimación de producción a 305 días.

## **II. REVISIÓN DE LITERATURA**

### **2.1. Situación de la producción de leche a nivel nacional**

La producción de leche en el Perú ha tenido un crecimiento sostenido de 6.7 por ciento anual en los últimos 15 años; en los últimos años se ha mostrado una ligera recuperación en cuanto al crecimiento pasando del 1.3 por ciento en el año 2013 a 1.9 por ciento hasta octubre del año 2014 (AGALEP, 2015), así como también incremento 3.07 por ciento en el año 2014 al 2015 (INEI, 2015). Pero en el 2015 tuvo una producción de leche de 170,4 mil toneladas, incrementándose en 1.8 por ciento en comparación del 2016, llegando a producir 173,5 mil toneladas, como resultado de un mayor rendimiento de las vacas en ordeño (MINAGRI, 2016).

A nivel nacional, las regiones que contribuyeron al incremento de producción de marzo 2016 fueron: Cajamarca (4 por ciento) y Arequipa (4 por ciento). En el período enero - marzo del 2016 se registró una producción de 490,8 mil toneladas, masa superior en 1,7 por ciento a la obtenida en el mismo período del año 2015 (482,5 mil toneladas) principalmente en las regiones: Cajamarca (4 por ciento) y Arequipa (3 por ciento). Lo que correspondieron que al 2016 a nivel nacional incremente un 0.8 por ciento a comparación del 2015, así como también aumento su rentabilidad por animal en 1.1 por ciento. Pero por regiones incrementó en Junín, Ica, Ayacucho, Puno, San Martín, Ucayali y Cajamarca; siendo Arequipa, Lima, Loreto, Madre de Dios, Tacna y Tumbes las regiones más representativas que disminuyeron en comparación del 2015; pero solo de estos aumento su rentabilidad (kilogramo/animal) Ica, Lima, Arequipa, Huancavelica, Huánuco, Piura, Tacna y Tumbes (MINAGRI, 2016).

### **2.2. Curvas de lactación en ganado bovino lechero**

La producción de una vaca lechera a través de su lactancia es muy variable y difícil de controlar; por tanto, contar con las herramientas que permitan modelarla, brinda la posibilidad de evaluar diferentes alternativas de manejo para la toma de decisiones.

Importancia del impacto que tiene el contar con información discriminada, para la modelación de un sistema de producción lechera (Cuatrín, 2007).

También el mismo autor menciona que existe cierta variación en cuanto a los promedios de producción por lactancia, lo que se debe principalmente al efecto de algunos factores, como son el manejo y las condiciones ambientales.

La producción de leche en toda su campaña determinará la mayor o menor demanda de nutrientes por parte de la vaca. Así por ejemplo una vaca recién parida o que se encuentra en el pico de producción de leche, inicio del primer tercio, necesitará mayores requerimientos de nutrientes en la ración comparada a una vaca de baja producción que se encuentra al final de la curva de lactación (Almeyda y Parreño, 2011).

Lo ideal es tener lactancias de 305 días, lo que equivale a 10 meses en producción de leche y dos meses de descanso o secado y que tenga una cría por año.

Asimismo, este autor menciona que la curva de lactación normal de una vaca comienza antes con la producción del calostro, luego continúa con un proceso de ascenso progresivo hasta alcanzar el pico alrededor de los 45 y 65 días de lactancia, para luego declinar y estandarizarse hasta que una preñez avanzada causa una disminución drástica (Góngora, 2006).

### **2.3. Modelación matemática de la curva de lactación**

France y Thornley (1984) mencionan que la representación matemática de la producción de leche durante la lactancia representa una de las aplicaciones más exitosas de los modelos matemáticos en la agricultura.

La representación matemática en forma algebraica permite modelar gráficamente la curva de lactación a partir de la producción diaria de leche de una vaca, en función del tiempo. Este proceso biológico se puede explicar por medio de una ecuación matemática, que permite prever la producción de leche en cualquier período, a partir de muestras de controles de leche. La forma de la curva se define por parámetros que la caracterizan, como el nivel de producción inicial, tiempo y volumen alcanzado en la producción máxima o pico de lactancia, la persistencia o tiempo en que se mantiene dicha producción y la longitud de la lactancia, por lo que es una herramienta de gran utilidad, tanto para determinar la eficiencia de los sistemas de producción de leche, como para la toma de

decisiones, en la selección de reemplazos y en el diseño de los programas de nutrición y alimentación (Cortes *et al.* 2012).

Pereyra *et al.* (1997), Ruiz *et al.* (2000) mencionan que las curvas de lactancias son una alternativa para la estimación de producciones de leche parcial y/o total, a partir de  $\Sigma=f(t)$ , o mediante el área bajo esta curva dada por la integral definida:

$$\text{Producción de leche} = \int_a^b f(t) dt$$

Dónde:

$f(t)$  = función asociada al modelo matemático.

$a$  y  $b$  = son los límites de integración, que se corresponden con los extremos del intervalo deseado.

Los criterios anteriores indican que en la rama ganadera se requiere la búsqueda de funciones que permitan estudiar la relación entre la producción de leche y un conjunto de variables explicativas que intervienen en el proceso de estimación. A pesar de las grandes ventajas que reportan los modelos matemáticos aplicados, estos presentan limitaciones desde el punto de vista práctico y biológico (Fernández, 1996: Guerra *et al.* 2002). Ellas son:

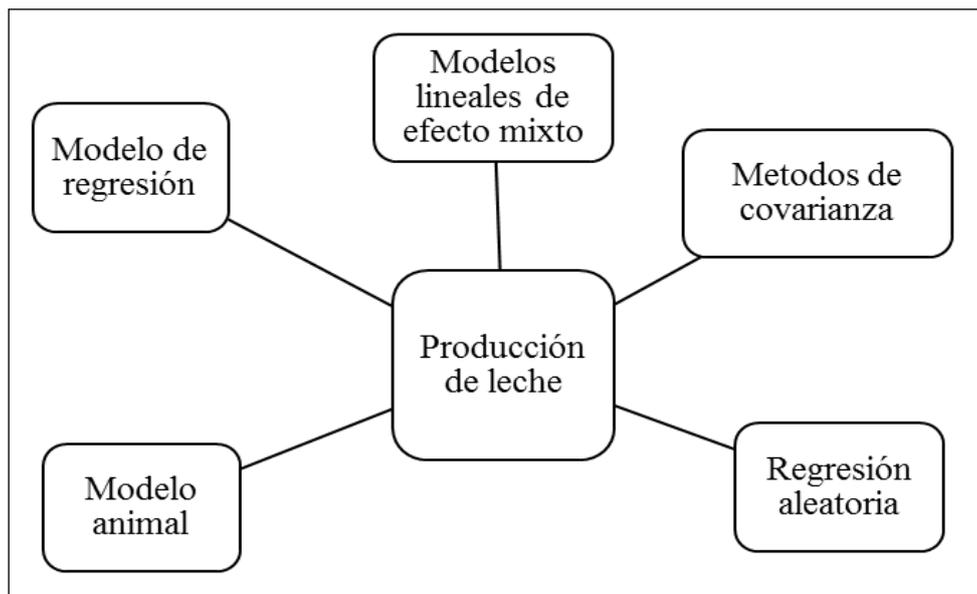
- No se deben realizar inferencia fuera del rango de valores estudiados.
- Sus parámetros no siempre pueden ser explicados biológicamente.
- Un buen ajuste matemático puede no presuponer un proceso real, es necesario que se brinde una explicación estadística biológica.

León y Quiroz (1994) indican que la producción de leche es la más importante fuente de ingreso en un sistema de producción lechero. Constituye la base para la selección de vacas y toros en un programa de mejoramiento genético. Consecuentemente, una medida precisa de la producción de leche es requerida para mantener una eficiente y rentable del hato lechero. Además, es importante para mejorar la planificación del manejo del hato, prácticas de alimentación, así como para la descripción matemática de un sistema ganadero.

En las investigaciones científicas relacionadas con la producción de leche, es común el uso de diferentes modelos matemáticos, que son un apoyo en la solución de problemas

complejos, los cuales permiten cuantificar la magnitud de las principales causas de variación, logrando de esta forma una mayor precisión en los resultados de las investigaciones, tal como se muestra en la Figura 1.

Autores como; Jamrozik *et al.* (1997), Cadenas y Castillo (2000), Halkjaer (2000), Akpa *et al.* (2001), Jensen (2001), Rekaya *et al.* (2001) corroboran la potencialidad de diferentes modelos en los estudios genéticos de la producción de leche, así como sus aplicaciones en lo teórico, práctico y económico, y muestran que los principales modelos utilizados en esta rama están relacionados en gran medida con los llamados modelos lineales.



**Figura 1:** Modelos matemáticos aplicados al estudio de las causas de variación de la producción de leche.

Fuente: Fernández (2004).

La curva de producción de leche puede ser descrita por los diferentes coeficientes de un modelo matemático. Al respecto, diferentes modelos matemático han sido usados para predecir la producción de leche a diferentes estados de lactación.

El estudio del recorrido de la lactancia puede hacerse a través de funciones matemáticas que estiman el nivel de producción alcanzado en el tiempo; el propósito es encontrar modelos matemáticos que mejoren la explicación de las curvas de lactancia (Alquina y Guamán, 2012).

### 2.3.1. Modelos utilizados para la curva de lactación

Los modelos más utilizados para la estimación de curvas de lactancia son:

Modelos lineales: Entre los que se encuentran, cuadráticos, cuadráticos-logarítmicos, polinomiales inversos, polinomios segmentados, lineal hiperbólico y regresión múltiple.

Modelos no lineales: Entre los que están la función gamma incompleta o curva de Wood, la parabólica exponencial y el modelo de Wilmink, Brody, Cobby, entre otros.

#### a) Modelos lineales

Los modelos lineales pueden ser expresados de forma general como:

$$Y_i = x_{1i}\beta_1 + x_{2i}\beta_{2i} + \dots + x_{ji}\beta_j + e_{ij}$$

Dónde:

$Y_i$  = valor que toma la variable dependiente en estudio para la  $i$ -ésima unidad experimental.

$X_{ji}$  = valores correspondientes a constantes conocidas en el problema en cuestión ( $j = 1, \dots, p$ ).

$\beta_j$  = son constantes desconocidas o parámetros definidos en el problema.

$e_{ij}$  = errores aleatorios ( $e_{ij} \sim NI(0, \sigma^2)$ ).

Según Peña (2000) los modelos lineales pueden subdividirse en dos grandes grupos:

- Modelos de diseño experimental: tienen el análisis de varianza como herramienta básica central y se utilizan generalmente para descomponer la variabilidad de una variable en sus posibles causas.
- Modelos de regresión: es una técnica que se usa en investigaciones, para obtener curvas respuestas de valores promedios.

Este mismo autor considera que la clasificación de estos grupos viene dada por las características de los coeficientes  $X_{ji}$  y los  $\beta_j$ , que en el diseño experimental los  $X_{ji}$  son valores provenientes de variables contadoras o indicadoras, que se refieren a la presencia o

ausencia de los efectos  $\beta_j$ , y las características de estos últimos permiten clasificarlo en modelo de:

- Efectos fijos: todas las  $\beta_j$  son constantes desconocidas.
- Efectos aleatorios: todas las  $\beta_j$  son variables aleatorias.
- Efectos mixtos: al menos una  $\beta_j$  es variable aleatoria y al menos una  $\beta_j$  es una constante.

Además refiere que en el caso de análisis de regresión las  $X_{ji}$  representan variables continuas; llamadas generalmente variables independientes o concomitantes. Ellos explican la dependencia de la variable respuesta, respecto a una o varias variables cuantitativas independientes.

Menchaca (1993) señala que una vez definido el modelo matemático que representa la situación en estudio, es posible la estimación y prueba de hipótesis de los parámetros  $\beta_j$ . Al mismo tiempo considera, que la ejecución de este proceso requiere de la imposición de hipótesis de base que garanticen propiedades óptimas en el proceso, tales como: aditividad de efectos, homogeneidad de varianza, incorrelación y normalidad de errores. El cumplimiento de las tres primeras hipótesis conducen a estimadores insesgados y de mínima varianza, en caso contrario, se obtienen estimadores insesgados aunque no, de mínima varianza. Todas estas propiedades de los estimadores asociados a modelos lineales de análisis de varianza y covarianza son para datos balanceados, y están asociados a propiedades estadísticas rigurosas.

#### b) Modelos no lineales

Ehrlich (2013) indica que los modelos no lineales son en muchos aspectos más difíciles de trabajar que los modelos lineales, pero puede representar la biología mejor de lo que es posible cuando los modelos se limitan a lineal o funciones polinomiales. Las técnicas para ajustar los datos observados a modelos no lineales varían en gran medida, y el rendimiento de un motor de ajuste depende a menudo de las características del conjunto de datos así como el modelo.

- Brody (1924)

Este modelo subestima la producción de leche en la mitad de la lactancia y sobre estima la producción cerca del pico y al final de la lactancia (Sherchand *et al.* 1995).

$$y(t) = \beta_0 e^{(-\beta_1 * t)} - \beta_0 e^{(-\beta_2 * t)}$$

- Wood (1967)

Wood (1967) propuso una mejor forma para describir una curva con crecimiento rápido después del parto, alcanzar un pico de producción y posteriormente decrecer.

$$y(t) = \beta_0 t^{\beta_1} e^{(-\beta_2 * t)}$$

Dónde:

$y(t)$  = producción de leche en el día  $t$

$t$  = representa días o semanas de lactancia

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$  = parámetros a estimar

Este modelo se conoce además como la función gamma incompleta o transformada. Su importancia radica en la información que brindan los parámetros  $a$ ,  $b$  y  $k$ , los cuales están asociados a las partes creciente y decreciente de la lactancia, así como al pico de producción.

Por ser el modelo de Wood no lineal en sus parámetros, varios autores (Menchaca, 1978; Sakult y Boylan, 1992; Palmer *et al.* 1994; Ramírez *et al.* 1998) utilizaron transformaciones para linealizarlo, por las limitaciones existentes de cómputo y paquetes estadísticos en esos momentos.

En general el modelo anterior linealizado adopta la siguiente forma:

$$\ln y(t) = \beta_0 + \beta_1 \ln t - \beta_2 t$$

Dónde:

$\ln y(t)$  = representa el logaritmo natural de la producción de leche en el día  $t$

$\beta_0, \beta_1, \beta_2$  = parámetros a estimar

$\ln t$  = representa el logaritmo natural del día  $t$

En condiciones prácticas este procedimiento no es aconsejable (Peña, 2000), ya que al linealizar el modelo las hipótesis de base quedan en escala transformada y pueden introducirse sesgos. Para ajustar ecuaciones no lineales, en general, el procedimiento adecuado es de tipo iterativo.

Este modelo ha sido ampliamente utilizado para la curva de lactancia de vacas de ganado lechero, se ajusta bien a los datos de producción de leche, predice mejor los datos reales durante la lactancia temprana y tardía, y predice con menor precisión los datos durante la lactancia media (Rowlands *et al.* 1982); y en este caso todos los  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  son efectos fijos.

- Cobby (1978)

Rowlands *et al.* (1982) compararon la producción de leche en ganado bovino con los modelos de Brody (1924), Wood (1967) y Cobby (1978) concluyendo que el modelo Cobby (1978) describe el aumento inicial en la producción de leche hasta la quinta semana mejor que el modelo de Wood (1967) pero el pico se alcanza tempranamente.

$$y(t) = \beta_0 - \beta_1 t - \beta_0 (\exp(-\beta_2 * t))$$

Dónde:

$y(t)$  = producción de leche en el día ( $t$ ) de la lactación (Kg)

$\beta_0, \beta_1, \beta_2, \beta_3$  = parámetros a estimar de la curva

$\exp$  = es la base de los logaritmos neperianos (para el caso de los modelos no lineales)

$t$  = tiempo periodos semanales

Fernández (2004) indica que para los mejores modelos dentro de cada grupo de lactancia se estimó el pico o tiempo a la máxima producción que se obtuvo mediante la primera derivada del modelo matemático que mejor ajusto la curva en las diferentes épocas de parto y número de parto. La producción máxima se logró a través de reemplazar el tiempo (primera derivada), en la ecuación principal.

- Wilmink (1987)

El modelo propuesto por Wilmink (1987) es un modelo no lineal de tres covariables que describe la producción de leche  $y(t)$  en función del tiempo  $t$  como:

$$y(t) = \beta_0 + \beta_1 t + \beta_2 \exp(-0.05 t)$$

### c) Modelos mixtos no lineales

Quintero *et al.* (2007) mencionan que la modelación de datos experimentales desde la metodología de modelos mixtos, ha brindado la posibilidad de analizar datos con estructuras de dependencia, no balanceados y en ocasiones con falta de normalidad. Las ventajas de esta metodología, es que permiten contemplar la falta de cumplimiento de los supuestos tradicionales y modelar de la mejor forma posible complicadas estructuras de bases de datos entre otras ventajas.

Estos métodos representan una rica y poderosa herramienta para analizar datos con medidas repetidas. En el caso de las curvas de lactancias se consideran los parámetros  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ , en los modelos mixtos al menos una de dichas variables se incluyen como efectos aleatorios, los cuales permiten tener una relación no lineal con la variable respuesta (Davidian *et al.* 1995, Lindstrom *et al.* 1990, Pinheiro *et al.* 2000). Por ejemplo, la curva de Wood (1967) tiene  $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$  como constantes desconocidas a estimarse; y el error, asociado a la variabilidad individual de las observaciones que no se explican con el modelo. Al incluir un parámetro aleatorio en la curva de Wood (1967) se tiene la siguiente fórmula:

$$Y_{ij} = (\beta_0 + \beta_{0i}) t_j^{\beta_1} \exp^{-\beta_2 t_j} + e_{ij}$$

Donde;  $b_{0i} \sim N(0, \sigma_{b_0}^2)$  es una variable no observable que representa una desviación aleatoria del coeficiente  $\beta_0$  de la  $i$ -ésima lactancia;  $e_{ij} \sim N(0, \delta_{ij}^2)$ , es el error, asociado a la variabilidad individual de las observaciones que no se explican con el modelo y que reflejan el hecho de que las curvas pueden estar afectadas por efectos aleatorios no considerados.

En los diferentes modelos mixtos no lineales se probó la primera  $\beta_0$  como variable aleatoria; Quintero *et al.* (2007) mencionan que se puede incluir variables aleatorias para cada uno de los parámetros ( $\beta_0$ ,  $\beta_1$  y  $\beta_2$ ).

### 2.3.2. Criterios para la selección de los modelos

García *et al.* (2014) mencionan que el procedimiento denominado construcción de un modelo se basa en la comparación de modelos con diferentes estructuras para las componentes aleatoria y sistemática, mediante el uso de determinadas medidas, se decide cuál es el más adecuado. Aunque no existe unanimidad acerca de la manera de seleccionar el modelo óptimo, frecuentemente se usa la prueba de la razón de verosimilitudes (TRV) o los criterios de información (CI). Los denominados criterios predictivos (CP), que hacen uso de los valores predichos, son herramientas menos utilizadas. A pesar de la amplia utilización de la prueba de la razón de verosimilitudes, su uso tiene ciertas limitaciones pues está definido para comparar modelos anidados y sólo permite comparar dos al mismo tiempo, por lo que se debe proceder jerárquicamente. Por el contrario, los criterios de información y los predictivos son válidos para comparar y seleccionar modelos anidados y no anidados. Además, permiten la comparación simultánea de un conjunto de modelos.

Estos criterios, que se utilizan para seleccionar la estructura de covariancia y media del modelo, son funciones del logaritmo de la verosimilitud ( $\log L$ ) y un término de penalidad basado en el número de parámetros del modelo ( $s$ ). Entre ellos se encuentran los criterios de Akaike (AIC) (Akaike, 1973) y Bayesiano de Schwarz (BIC) (Schwarz, 1978); cuyas expresiones vienen dadas por:

$$BIC = -2 \log (L) + s \log (N) \infty$$

$$AIC = -2 \log (L) + 2s$$

Ambos criterios se diferencian por el valor de la penalización. Se prefieren modelos con valores pequeños de ambos criterios.

El criterio de AIC no pretende seleccionar el modelo correcto, ya que admite que el modelo verdadero puede no estar entre los estimados, y trata de obtener el modelo que proporcione mejores predicciones entre los existentes. Puede demostrarse que, suponiendo que el modelo verdadero puede aproximarse arbitrariamente bien con los estimados, al aumentar el tamaño muestral, el criterio AIC es eficiente, escogiendo el modelo que proporciona en promedio mejores predicciones. Sin embargo, en muestras pequeñas o medianas, el criterio AIC tiende a seleccionar modelos con más parámetros de los necesarios (Peña, 2002).

En definitiva, el BIC asume que el modelo real está incluido en el conjunto de modelos candidatos, y mide el grado de certeza de que un cierto modelo sea el verdadero modelo generador de los datos. El AIC no asume que ningún de los modelos candidatos sean necesariamente el verdadero, calculado para cada modelos de la información o discrepancia de Kellback-Leibler, que es una medida de la distancia entre la densidad de probabilidad generado por el modelo y la realidad.

Para el cálculo de AIC clásico se utiliza la función de verosimilitud marginal. Esta función surge maximizando una aproximación de la verosimilitud, integrando sobre los efectos aleatorios. Por esta razón se lo denomina AIC marginal (AICm). Si bien este criterio se utiliza frecuentemente como herramienta de selección de modelos.

Greven *et al.* (2010) muestran que es un estimador sesgado de la información de Akaike bajo el modelo marginal y el sesgo depende de los parámetros de covariancia desconocidos. Si los efectos aleatorios individuales resultan de interés; Vaida *et al.* (2005) introducen como una alternativa al anterior, el AIC condicional (AICc):

$$AICc = -2 \log (L) + 2\rho$$

Aunque su expresión es similar a la del criterio tradicional, el  $\log (L)$  corresponde al modelo condicional y el término de penalización es  $\rho = tr (HI)$ , donde la matriz  $HI$  se calcula en función de  $X$ ,  $Z$ , y de los elementos de la matriz de covariancia de los efectos aleatorios. Varios autores trabajaron la expresión del AICc proporcionando una fórmula general, sin embargo el valor de penalidad sólo se puede calcular numéricamente. Greven *et al.* (2010) muestran que este cálculo requiere una alta exigencia computacional, sobre todo para grandes conjuntos de datos, lo que causa problemas cuando se desean tomar decisiones entre varios modelos y obtienen una representación analítica de una versión corregida del AICc, implementándola computacionalmente. De la misma manera que para los criterios marginales se prefieren modelos con valor bajo.

#### **2.4. Ventajas del cálculo de la curva de lactación**

El estudio de la curva de lactancia es importante porque permite la identificación de posibles errores en el manejo de un determinado rebaño, como puede ser una alimentación deficiente, inadecuadas instalaciones, patologías no detectadas, etc.

Permite también conocer la evolución de la producción lechera de los animales, así como sus variaciones a lo largo de una lactancia mediante el seguimiento de un animal o un grupo de ellos, estimándose de este modo su producción lechera total o parcial.

Además, con la estimación de las curvas de lactancia, se puede detectar anticipadamente los animales potencialmente más productivos de un rebaño, facilitándose de este modo la adopción de decisiones sobre el descarte de los animales por su aptitud productiva (León *et al.* 2007).

La curva de lactancia tiene una amplia variedad de aplicaciones en la producción lechera. Es usada en la extensión de registros incompletos en evaluaciones genéticas, formulación de raciones, evaluación económica de diferentes esquemas de manejo, planeamiento de la producción lechera en un hato, así como en modelos de simulación de sistemas de producción de leche. Por lo tanto, una descripción y un correcto entendimiento de la curva de producción de leche son necesarios para predecir la producción y proyectar el ingreso de un sistema lechero (León y Quiroz, 1994).

Quintero *et al.* (2007) considera de interés práctico el estudio del perfil de la curva de lactancia por varias razones:

- Cuando el alimento es suministrado de acuerdo con la producción estimada con anterioridad, una vaca que tiene una curva de lactancia más plana, necesita menos concentrado durante una lactancia en relación con otra de igual producción total pero con una curva más empinada.
- Una alta producción de leche al comienzo de la lactancia requiere de la vaca una alta actividad fisiológica, lo que a menudo conduce a desórdenes reproductivos o enfermedades metabólicas. Por consiguiente, una moderada producción inicial combinada con una alta persistencia, es preferible a una alta producción inicial y un rápido descenso.
- El conocimiento de la probable configuración de la curva de lactancia permitiría realizar ensayos nutricionales mucho más eficientes, puesto que las diferencias entre tratamientos son más fáciles de detectar cuando los animales son agrupados de acuerdo con la curva esperada.

Es por ese motivo que para describir la producción de leche a través de la lactancia en animales domésticos, se han propuesto diversos modelos matemáticos.

En ganado lechero, la modelación de las curvas de lactancia ha sido objeto de extensa investigación. La ecuación más ampliamente utilizada fue la propuesta por Wood (1967), derivada de la función gamma incompleta. Alquina y Guamán (2012) aseguran que poder conocer la curva de lactancia en el ganado lechero es una herramienta de importante valor para tomar decisiones de manejo e incluso de selección.

## **2.5. Factores que influyen en la curva de lactación**

Son numerosos los factores que influyen en la producción de leche: raza, individuo, número de parto, estado de lactancia, época del parto, número de crías nacidas, alimentación, tipo de ordeño, manejo y estado sanitario (Martínez, 2000).

### **2.5.1. Fisiológicos**

#### a) Genética

La producción de leche está influenciada por factores genéticos y ambientales en un 25 y 75 por ciento respectivamente; los primeros están determinados por la información genética con que nacen los animales, pudiendo considerarse del mismo animal (Zimin *et al.* 2009)

La aptitud lechera es una cualidad transmisible no solo por las hembras sino también por los machos, afectando a la cantidad total de leche como a su cualidad, especialmente la grasa (Torrent, citado por Alquina y Guamán 2012). Se cree actualmente que son varios los factores genéticos que condicionan esta aptitud.

Torrent, citado por Alquina y Guamán (2012) manifiesta que en el control de la producción de los diversos cruces podemos encontrarnos con lo siguiente:

- Obtención de hijas que superan en producción a sus madres: influencia beneficiosa del toro.
- Obtención de hijas que producen menos que sus madres: influencia perjudicial del toro.
- Uniformidad en la respuesta de las hijas: fórmula genética del toro homocigótica.
- Diversidad de respuesta de las hijas: fórmula genética del toro heterocigótica.
- Diversidad de la descendencia: fórmula impura, heterocigótica de las madres.

#### b) Número de parto

Olivera (2001) afirma que las vacas aumentan su producción conforme avanzan en sus partos. Es así que las vacas de segundo parto producen más que las de primer parto, y las vacas de tercer parto producen más que las de segundo parto, y las adultas algo más que las de tercer parto. Los porcentajes de incremento en la producción pueden variar de un establo a otro, de una cuenca lechera a otra, de un nivel de producción a otro, de una calidad genética a otra, pero lo que es un hecho cierto e incuestionable, es lo que se señaló al comienzo: que la producción aumenta conforme aumentan los partos.

Palaquibay (2003) estima que la vaca en su primera lactancia produce alrededor del 70 al 75 por ciento, en la segunda 90 por ciento y en la tercera 95 por ciento, a partir de este parto alcanza el 100 por ciento de su rendimiento.

Así mismo Olivera (2001) menciona que la curva de producción típica cae paulatinamente después de alcanzar el pico de producción. Esta caída en la curva de producción además varía en función al número de lactancias. Para vacas de primer, segundo y tercer parto a más presentan una caída mensual de 5.6, 8.5 y 9.8 por ciento respectivamente.

#### c) Edad

Holmes (1984) sostiene que la curva de lactancia de las novillas es distinta a las correspondientes vacas de mayor edad; el punto máximo de producción es bajo y la curva es más plana. La diferencia en la producción y en la curva de lactancia puede deberse a que las vacas de mayor edad tienen más tejido secretor que las novillas, como consecuencia de los efectos a largo plazo del tejido secretor glandular mamario. Las novillas que paren a los dos años de edad y todavía están creciendo; en vacas de mayor edad se utilizan más nutrientes para la producción de leche, posiblemente porque el consumo supera las necesidades de mantenimiento en mayor proporción que las vacas más jóvenes y de menor peso.

Ensminger (1977) señala que la edad tiene un efecto preciso sobre la producción; la mayor parte de vacas llegan a la madurez y producción máxima alrededor de los seis años, después del cual ésta declina. Los registros indican que la vaca produce 25 por ciento más leche en la madurez que cuando tiene dos años de edad.

#### d) Etapa reproductiva

Holmes (1984) menciona que no está perfectamente aclarado si la gestación frena la lactancia; así, únicamente la intención del ganadero de decidir secar las vacas antes de que inicie la nueva lactancia es lo que hace secar la lactación; es probable que muchas vacas puedan continuar produciendo hasta el parto pero la existencia del período de seca mejora la producción de la siguiente lactancia.

Datos experimentales disponibles indican que la gestación puede reducir la producción de leche de una lactancia aproximadamente en uno o dos por ciento en vacas con intervalos entre partos de 365 días y lactancias de 310 días; la mayor parte del descenso tiene lugar en el último mes de lactancia (séptimo mes de gestación) en el que la producción diaria puede reducirse en un 20 por ciento o más; asimismo menciona que, más o menos, al comienzo del quinto mes la producción total de leche de vacas que están gestando declina con mayor rapidez que las vacas no preñadas.

Asimismo, reporta sobre índices reproductivos en ganaderías de leche en la sierra ecuatoriana, afirmando que los factores ambientales y genéticos influyen en el proceso productivo y reproductivo; así la herencia, como partícipe de la transmisión de la fertilidad, ejerce su acción del 10 al 20 por ciento; del 80 al 90 por ciento restante corresponde a la acción del medio ambiente, siendo muy importante la nutrición cuya influencia puede alcanzar hasta un 60 por ciento de este sub-total. Los días abiertos es un factor que influye en la persistencia de la curva de lactación.

Se ha señalado que existe una relación antagónica entre la producción de leche en el pico de lactancia y la fertilidad de la vaca (Muir *et al.* 2004).

Ramírez (2005) menciona que es común la selección de las hembras en función de la producción láctea y poco se ha tomado en cuenta la fertilidad o la conducta reproductiva del hato; ello sin lugar a dudas, ha llevado a uno de los principales problemas de la ganadería.

#### e) Condición corporal

Rivera (2006) señala que existe una relación general positiva entre el peso corporal de las vacas y el nivel de producción lechera, ya que las vacas de mayor tamaño poseen más tejido secretor en las ubres y aparatos digestivos más amplios. Así mismo las vacas deben

hallarse en un buen estado corporal, en el momento del parto, para que la grasa corporal se pueda movilizar al inicio de la lactación (balance energético negativo).

Por ello la calificación de condición corporal es un método de campo que permite vigilar los cambios de peso de las vacas en las diferentes fases de la curva de lactación. Así, las vacas de baja condición corporal necesitarán mayores requerimientos de nutrientes (ej. energía) en la ración para cubrir sus necesidades de producción y mejorar su estado corporal (Almeyda, 2013).

#### f) Estado sanitario

El aumento de las tasas de incidencia de muchas enfermedades en la población de vacas lecheras sugiere que las vacas actuales son altamente susceptibles a los trastornos de salud (Zwald *et al.* 2004). Por tanto nos producirá una disminución de producción lechera en cantidad y calidad. Las enfermedades que afectan a la producción lechera son: mastitis, cetosis desplazamiento de abomaso, impactando en la disminución de producción y de rentabilidad (Rivera, 2006).

### **2.5.2. Ambientales y de manejo**

#### a) Periodo Seco

Elizondo (2007) menciona que cuando se considera solamente la producción de leche, reducir el periodo seco a menos de sesenta días sería beneficioso siempre y cuando la cantidad de leche adicional, obtenida al extender el periodo de lactancia, sea igual o superior a la leche que se pierde en la siguiente lactancia. Sin embargo la cantidad de leche que se obtiene en la lactancia después de un periodo seco más corto, es igual a la obtenida cuando se da un periodo seco convencional, lo que significa mayores ingresos para el productor.

#### b) Intervalo entre partos

Sienra (2002) indica que los intervalos de partos, afectan en la expresión productiva. El intervalo entre dos partos sucesivos y la extensión del período seco entre dos lactancias afectan los rendimientos lecheros. Porque directamente están relacionados: períodos secos largos se acompañan de intervalos entre partos prolongados.

c) Número de ordeños

Andrade *et al.* (2016) menciona que la frecuencia de ordeño es un factor que influye en el rendimiento de la lactancia así como en los parámetros de la curva de lactancia. Cabrera *et al.* (2010) mencionan que el aumento y la mejora en la eficiencia de la producción de leche pueden ser alcanzados por las vacas con mayor frecuencia de ordeño.

El aumento de los ordeños de dos a tres; es una herramienta de manejo eficaz para aumentar el rendimiento de la leche (Erdman y Varner, 1995; Smith *et al.* 2002; Wall y McFadden, 2008; Czerniawska *et al.* 2012). Hay muchos estudios que demuestran el efecto del aumento de la frecuencia de ordeño en el rendimiento de la leche en vacas lecheras (Smith *et al.* 2002; Hale *et al.* 2003; Van-Baale *et al.* 2005; Patton *et al.* 2006; Eslamizad *et al.* 2010; Soberon *et al.* 2011; Barnes *et al.*, citado por Atashi, 2015). A pesar de la considerable variación en la magnitud de la respuesta al rendimiento de la leche, se reconoció que el ordeño tres veces al día aumentaba la producción de leche en relación con el doble de su producción (Soberon *et al.* 2011).

Las frecuencias de ordeño de más de dos veces/día pueden aumentar la producción lechera en un 10,4 a 21 por ciento (Bar-Peled *et al.* 1995; Klei *et al.* 1997; Smith *et al.* 2002) y mayores frecuencias de ordeño en la lactancia temprana pueden aumentar la producción lechera en forma persistente (Hale *et al.* 2003; Dahl *et al.* 2004).

d) Intervalo entre ordeños

Tarazona y Vargas, citado por Feria (2010) mencionan que de acuerdo con la capacidad de la ubre, la leche elaborada entre dos ordeños ejerce presión sobre los tejidos secretores inhibiendo la secreción de más leche. La secreción de leche se reinicia tan pronto la leche es extraída por el ordeñador. Entre más pronto se ordeñe, más pronto se inicia una nueva secreción. Los intervalos entre dos ordeños diarios deben ser iguales dejando doce horas entre el ordeño de la mañana y de la tarde. Siempre se debe iniciar el ordeño a la misma hora.

e) Sistema de alimentación

Kertz, citado por Feria (2010) menciona que el factor que más influye en la producción lechera, es la manera que las vacas son alimentadas en relación a sus requerimientos; si las

vacas son sub alimentadas, producirá tanto como es posible genéticamente y la manera en que son alimentadas durante la lactancia determinara también cuanta leche podrá producir.

Almeyda (2013) menciona que el ganado vacuno para producción de leche, para cubrir sus requerimientos nutricionales tiene como primera prioridad el consumo de forrajes de calidad, los cuales proveen de nutrientes a menor costo que los alimentos concentrados. Sin embargo, uno de los problemas de los forrajes radica en que su valor nutritivo es muy variable y depende de la especie forrajera, clima y el estado de madurez durante la cosecha. En este sentido, la estrategia del programa de alimentación debe considerar como base el uso de forraje de calidad, complementado con alimento concentrado.

## **2.6. Persistencia lechera**

### **2.6.1. Fisiología productiva**

Stefano *et al.* (2002) mencionan que el número de células secretorias de leche y su actividad determina la producción y la forma de la curva de lactancia. La dinámica celular y la producción láctea perduran durante 240 días de lactación en vacas Holstein de alta producción. El número de células secretorias aumenta al comienzo de la lactancia mientras que la producción de leche por célula disminuye, probablemente sea debido a perdida en el número de células secretorias (apoptosis) y no a una pérdida de la actividad secretoria. La persistencia lechera, depende de una variedad de otros factores. El parto influye en la persistencia donde la misma es mayor en primer parto comparado con vacas múltiparas.

Österman y Bertilsson (2003) observaron efectos en una mayor persistencia de la curva en vaquillonas primíparas con triple ordeño comparando con vacas múltiparas. La propia gestación deprime la persistencia. Además de los cambios hormonales debidos al estadio de la gestación, las vacas lecheras son expuestas a conflictivas demandas metabólicas entre la gestación y lactancia, la que inciden en la dinámica celular. En la lactancia tardía, el número de células secretorias de leche aumenta en preparación a la próxima lactancia. Ambas situaciones simultáneas deprimen la producción durante la presente lactación.

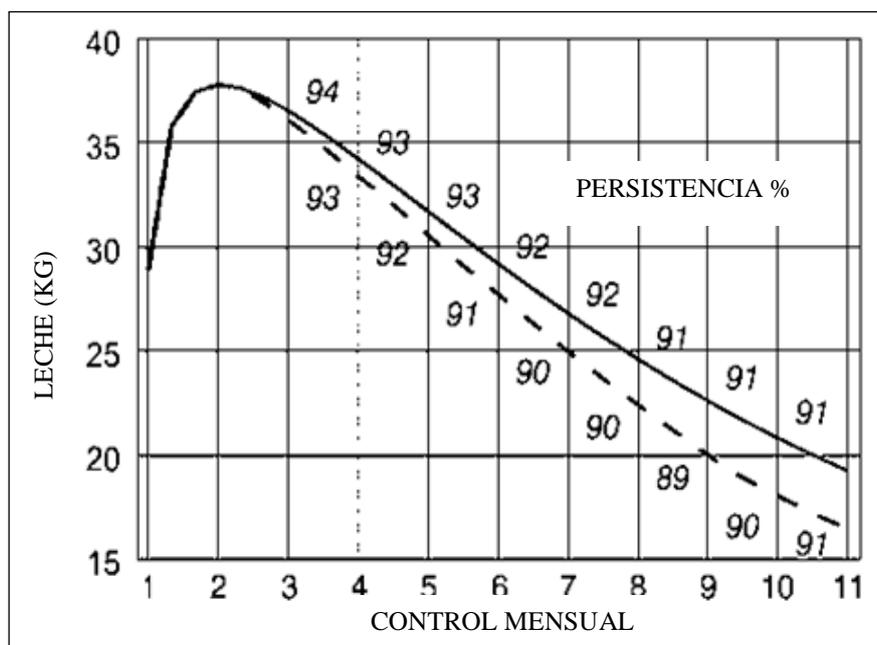
El mejoramiento de la persistencia de la lactación puede contribuir a la reducción de los costos en los sistemas de producción, porque dicha característica está asociada con la disminución de los gastos derivados de una mayor eficiencia alimenticia, menos problemas

de salud y reproductivos, así como una mayor resistencia a enfermedades (Dekkers *et al.* 1998).

### 2.6.2. Importancia del cálculo de la persistencia

Gasque (2007) menciona que la persistencia lechera es una medida de la tasa de cambio de la producción de leche entre las campañas productiva del hato lechero. El grado de declinación de la producción de leche después del pico, se denomina persistencia. Esta es calculada dividiendo la leche producida en el mes entre la cantidad de leche producida en el mes anterior y expresada como porcentaje. En promedio, la persistencia debe ser de 94 a 95 por ciento. El análisis de la forma de la curva ayuda a identificar problemas de alimentación y manejo. La alta producción demanda altos picos y persistencia. Por cada kilogramo extra en el pico de producción, se producirán 200 a 230 Kg extra de leche durante el periodo completo de lactación. Es más fuerte la correlación entre pico y producción por lactación que entre persistencia y producción total.

La baja persistencia también puede ser genética. Factores de estrés derivado del manejo pueden causar también baja persistencia. Si las vacas no alcanzan los picos esperados, hay que revisar la alimentación y su manejo.



**Figura 2:** Persistencia lechera.

Fuente: WCDHIS (2001).

En la Figura 2 se muestra dos curvas de lactancia con diferentes persistencias después de pico. La curva superior representa la producción media por segunda lactancia de Holstein. La curva inferior tiene el mismo pico, pero la tasa de declive después del pico es mayor persistencias son más bajas. Como resultado, la curva inferior representa la producción más baja de lactancia 439 Kg menos durante 305 días (WCDHIS, 2001).

Junto al pico y persistencia lechera definen la forma de la curva de lactancia y, por lo tanto, la cantidad de leche producida en una lactancia. Como puede observarse, los picos normales con persistencias bajas pueden limitar la producción. Del mismo modo, los picos bajos pueden limitar la producción, incluso si persistencias son normales.

Cada disminución de kilogramos de leche en el pico de lactación puede disminuir la producción a 305 días por 200-250 Kg.

### **2.6.3. Aspectos económicos de la persistencia**

Además de la esperada relación entre la persistencia y reducción de la probabilidad de enfermedades, puede haber algunas ventajas adicionales de la selección para una mayor persistencia. Dekkers *et al.* (1998) investigaron el impacto de la persistencia de la lactancia en los costos de alimentación y obtenidos de la leche. Los resultados sugieren que el aumento de la persistencia tendió a reducir los costos de alimentación por unidad de los rendimientos de leche en las vacas multíparas. Una mayor persistencia dio lugar a una distribución de la producción durante el período de lactancia, que estaba más en línea con la capacidad de consumo de materia seca. Como resultado, una mayor porción de las necesidades de energía en toda la lactancia podría satisfacerse de forrajes menos costosos versus concentrados, lo que reduce el costo de alimentación.

Estos mismos autores encontraron que la persistencia tuvo un efecto negativo sobre los rendimientos de leche para lactancias cortas (intervalo entre partos <12 meses) y un efecto positivo para las lactancias largas (intervalo entre partos >12 meses). Por lo tanto, lactancias persistentes se vuelven más rentables cuando la duración de la lactancia es mayor que 305 días o el intervalo entre partos es superior a 12 meses.

La persistencia puede tener implicaciones significativas para las decisiones de inseminación y del sacrificio Para vacas de alta producción con lactancias muy

persistentes, el momento óptimo de desecho voluntario y la primera inseminación se puede retrasar (Appuhamy, 2006).

## **2.7. Etapas productivas en la curva de lactación**

### **2.7.1. Primer tercio de lactación**

Se extiende desde el momento del parto hasta los 100 días de lactancia. Es este el tramo en que la vaca entrega la mayor producción en litros/día. Paradójicamente, coincide con el período en el que, a pesar de tener sus mayores requerimientos de energía, disminuye su capacidad de consumo voluntario de materia seca (energía). Esto hace que entre en un período denominado balance energético negativo, en el que consume sus reservas grasas, perdiendo consecuentemente peso corporal. Este período también es crítico dado a que en su desarrollo se debe producir una nueva preñez que asegure, nueve meses después, un nuevo ciclo productivo. El intervalo parto-concepción (IPC) no tiene una duración fija, ya que no necesariamente la vaca queda preñada en el primer celo detectado. Al tener el período de gestación una duración fija, es obvio que toda demora en la concepción alargamiento del IPC supone, en principio, una prolongación del ciclo productivo. Etapa donde se alcanza el pico de la lactancia y aproximadamente el 45 por ciento del total de la producción de leche (Cartier y Cartier, 2004).

### **2.7.2. Segundo tercio de lactación**

Se extiende desde los 100 días hasta los 200 días de lactancia, etapa en la cual se obtiene el 32 por ciento de producción total de leche aproximadamente. En este tercio la vaca se encuentra en estado de gestación, lo que supone que, simultáneamente, está produciendo leche y ternero. Como se aprecia en la Figura 3, en este tercio comienza la mejora del estado corporal del animal debido a que la capacidad de consumo voluntario comienza a incrementarse junto con una disminución de los requerimientos de producción (etapa de balance energético positivo) (Cartier y Cartier, 2004; Alquina y Guamán, 2012).

### **2.7.3. Tercer tercio de la lactancia**

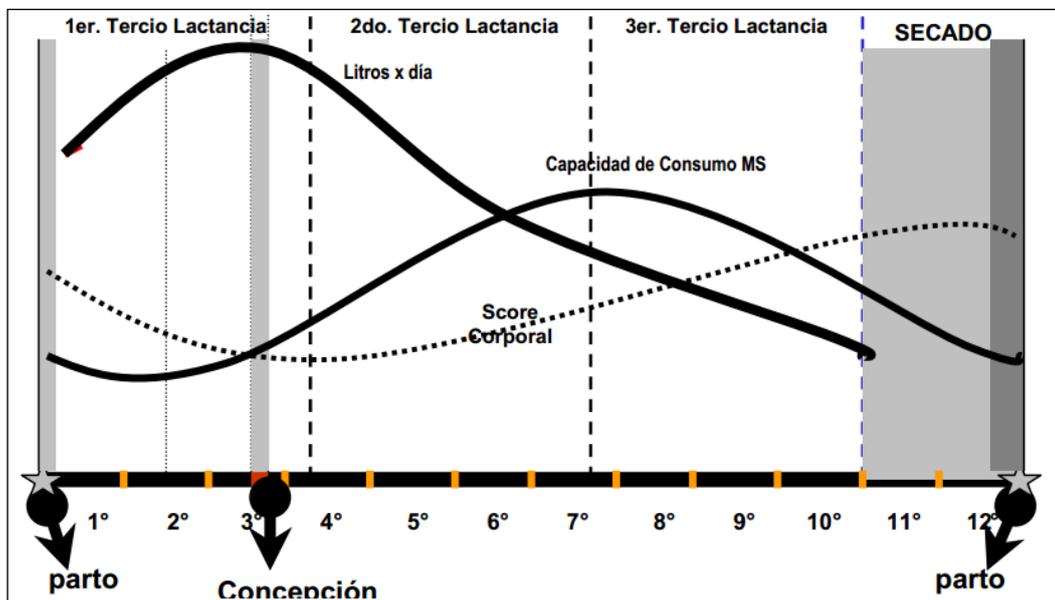
Se extiende desde los 200 hasta los 300 días de lactancia; en esta etapa la vaca se encuentra en el segundo tercio de gestación. En este tercio se obtiene aproximadamente el 23 por ciento de producción total de leche. Este es el tramo de menor eficiencia de producción de leche en términos de volumen.

Aquí se hace evidente el problema que plantea la demora en la preñez de la vaca (alargamiento del IPC), ya que si bien prolonga el ciclo productivo de leche, lo hace en el tramo de menor eficiencia. Finalmente, al aproximarse el período de parto, disminuye la capacidad de consumo voluntario (Cartier y Cartier, 2004; Alquina y Guamán, 2012).

#### 2.7.4. Período seco

Es el período que va desde el final de la lactancia al parto siguiente, la vaca debe secarse en el séptimo mes de gestación, lo que coincide con 10 meses de lactancia.

Este período tiene como objetivo recuperar la condición corporal, regeneración de tejidos nobles, preparar la glándula mamaria para la lactancia siguiente. En particular, las tres últimas semanas previas al parto, junto con el primer mes post-parto, integran el crítico período de transición (Cartier y Cartier, 2004).



**Figura 3:** Ciclo biológico productivo lácteo.

Fuente: Cartier y Cartier (2004).

### III. MATERIALES Y MÉTODOS

El estudio es descriptivo; según el periodo en que se recoge la información es retrospectivo; por la secuencia del estudio es transversal; y por el control del investigador en el fenómeno es observacional.

#### 3.1. Lugar de ejecución

La investigación se realizó en el establo Granados, ubicado en José Carlos Mariátegui (parcela 34-Km. 170 Panamericana Norte) en el distrito de Végueta, provincia de Huaura; región Lima provincias; a  $10^{\circ} 56' 32.2''$  latitud sur,  $77^{\circ} 38' 30.3''$  longitud oeste; como se muestra en la Figura 4. El índice termo hídrico (ITH) promedio de 69 por ciento en el periodo evaluado (SENAMHI, 2013).

El establo Granados fue creado en el año 1983, iniciando con 10 vaquillonas de la raza Holstein. Al año 2013 contaba con una población de 360 vacas en producción. Este establo está regido bajo el sistema de crianza intensiva, con una alimentación basada en chala chocleada picada y concentrado, realizando tres ordeños por día; utilizando semen importado americano y canadiense en su totalidad que son adquiridas de distintas casa genéticas.



**Figura 4:** Mapa de la provincia de Huaura, región Lima provincias.

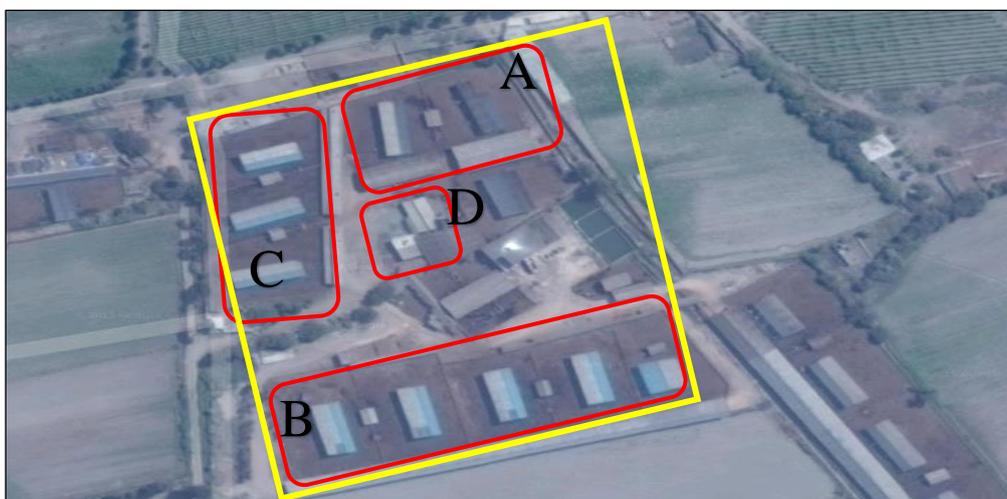
En el Figura 5, se muestra la vista satelital del área maternidad (A) que se encuentra en la parte inferior y de recría (B), la que se ubican en la parte superior.



**Figura 5:** Vista satelital del establo Granados – Área de maternidad y recría.

Fuente: Google Maps (2016)

Cabe señalar que el establo está dividido en dos áreas independientes, en la Figura 6 se muestra el área de producción del establo Granados, en la parte superior derecha, que se encuentran los corrales de lactancia temprana post parto (A), de allí se trasladan a los corrales de alta producción de lactancia media (B) y finalmente pasan a los corrales de lactancia tardía de baja producción (C); que se encuentra ubicada al frente de la sala de ordeño (D).



**Figura 6:** Vista satelital del establo Granados- Área de producción.

Fuente: Google Maps (2016)

### 3.2. Obtención de datos

Para realizar esta investigación, se inició con la recolección de datos de un archivo de vacas con controles de leche, en las que solo se encontraron el número de arete de cada vaca, número de parto y producción/día del control de leche, a los cuales se adicionaron los datos de producción y reproducción.

Se registró la siguiente información:

#### (I) Base de datos de controles de leche (CL):

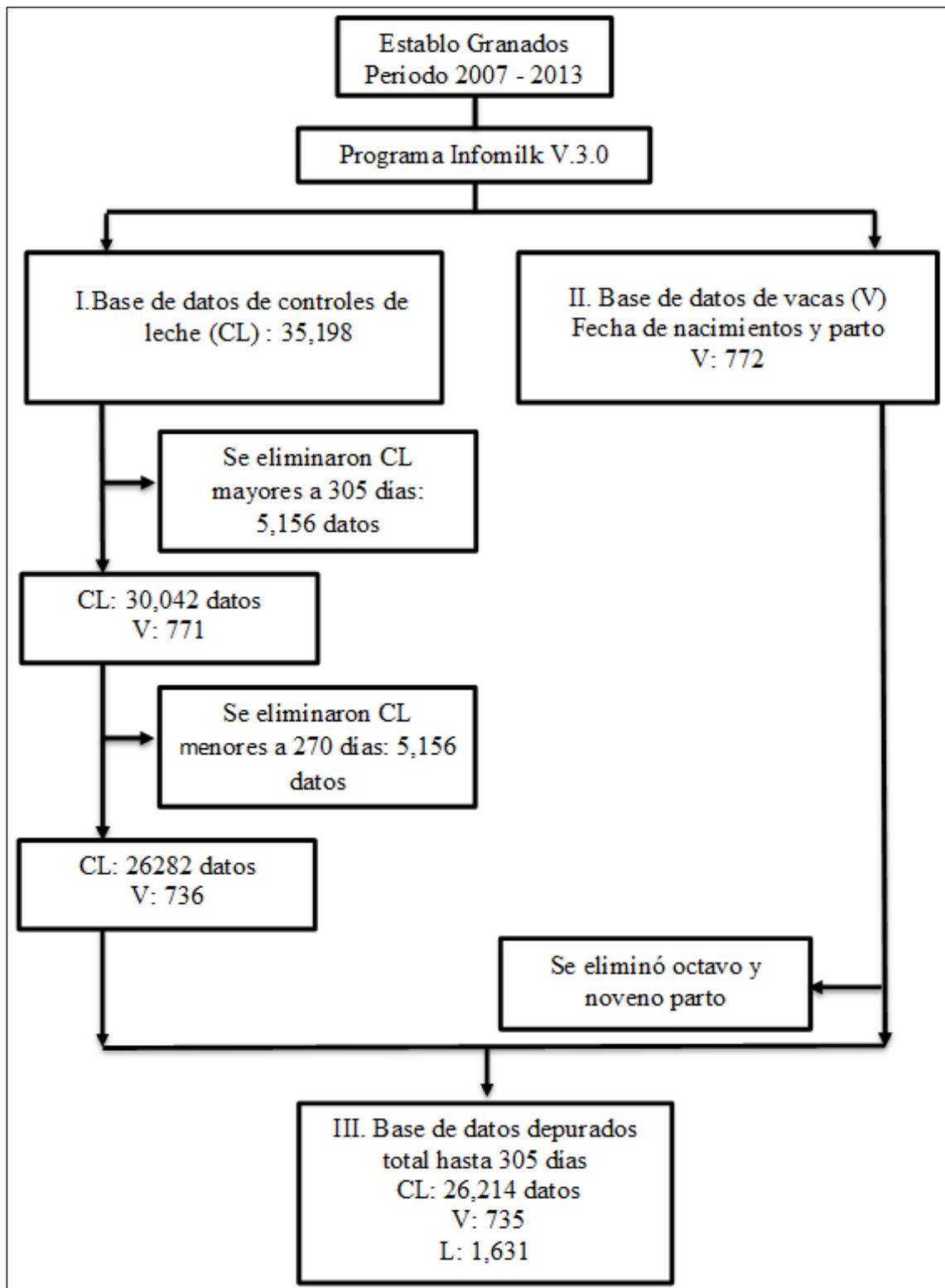
- Número de vaca (N° de arete).
- Producción de leche de controles lecheros.
- Número de lactación (del primero al séptimo).

#### (II) Base de datos de vacas (V):

- Número de vaca (N° de arete).
- Fecha de nacimiento (día, mes y año).
- Fecha de parto (días, mes y año).
- Número de lactación (del primero al séptimo).
- Producción total.
- Producción a 305 días.
- Días de lactación.
- Edad en meses.

Se recolectó información de cada vaca del establo lechero del programa de computo InfoMilk V. 3.0. Los cuales se transfirieron en plantillas de Excel y fueron analizados con el procedimiento de medias con el programa estadístico SAS Versión 9.4.

Se evaluó un periodo de siete años, comprendidos entre los años 2007 al 2013, recolectando 35,198 datos de controles de leche quincenales, obtenidos del establo Granados y por el servicio de productividad lechera, que pertenecen a 772 vacas en producción.



**Figura 7:** Recolección y depuración de información de controles de leche y número de vacas.

Fuente: Elaboración propia.

La unión de las bases de datos (I) y (II) con su primera depuración de información de los controles de leche, número de vacas, fechas de nacimiento y número de partos, nos llevó a obtener la base de datos (III); como se muestra en la Figura 7.

La base de datos (III) contienen 26,214 controles de leche que pertenecieron a 735 vacas y 1,631 lactaciones de diferentes partos: primer, segundo, tercer, cuarto y quinto al séptimo parto.

A continuación se muestra en la Tabla 1, los estadísticos descriptivos de la base de datos depurada.

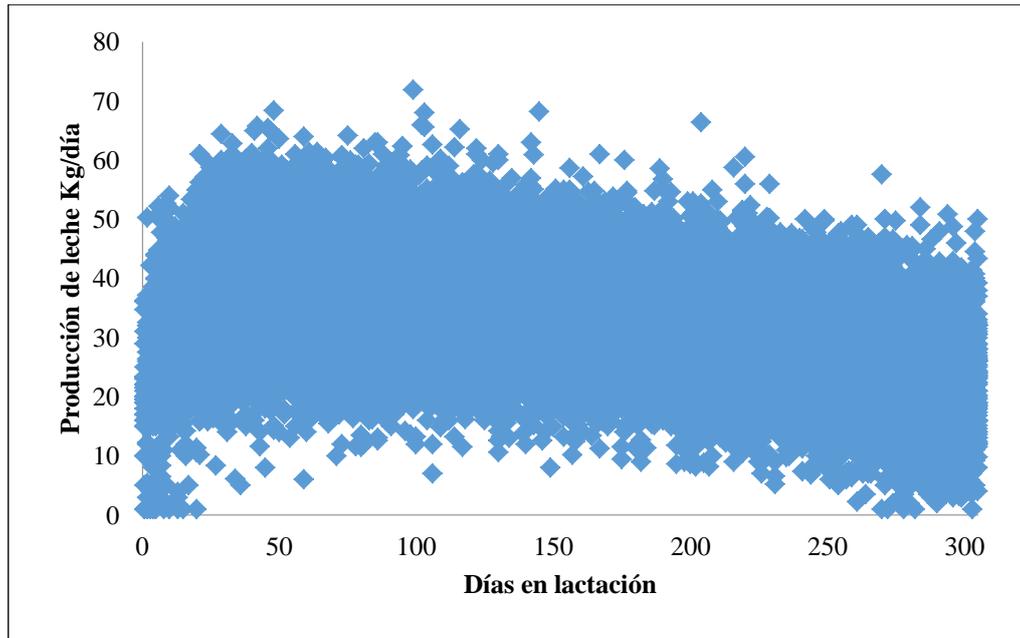
**Tabla 1:** Estadísticos de las características productivas para (III) base de datos depurados total para primer, segundo, tercer, cuarto y quinto al séptimo parto.

Variable	N° de datos	N° de vacas	Media	Desviación estándar	Coefficiente de variabilidad (%)	Min.	Max.
N° de parto	26,214	735	2.34	1.37	58.52	1	7
Edad en meses	26,214	735	42.77	19.19	44.86	18.49	120.49
Producción (Kg/día)	26,214	735	32.43	9.52	29.36	1	71.90

Fuente: Elaboración propia.

Además en la Figura 8, 9 y 10, se muestran la dispersión de los kilogramos de leche para el primer, segundo y tercer a más partos respectivamente. Se muestran los datos por día de los controles de leche de todas las vacas, del periodo del 2007 al 2013 obteniendo diferentes formas de distribución de los controles de leche para cada parto; considerando dichos valores hasta 305 días.

A. Para vacas de primer parto



**Figura 8:** Representación gráfica de los Kg de leche por día de los controles de producción para primer parto, periodo 2007-2013.

Fuente: Elaboración propia.

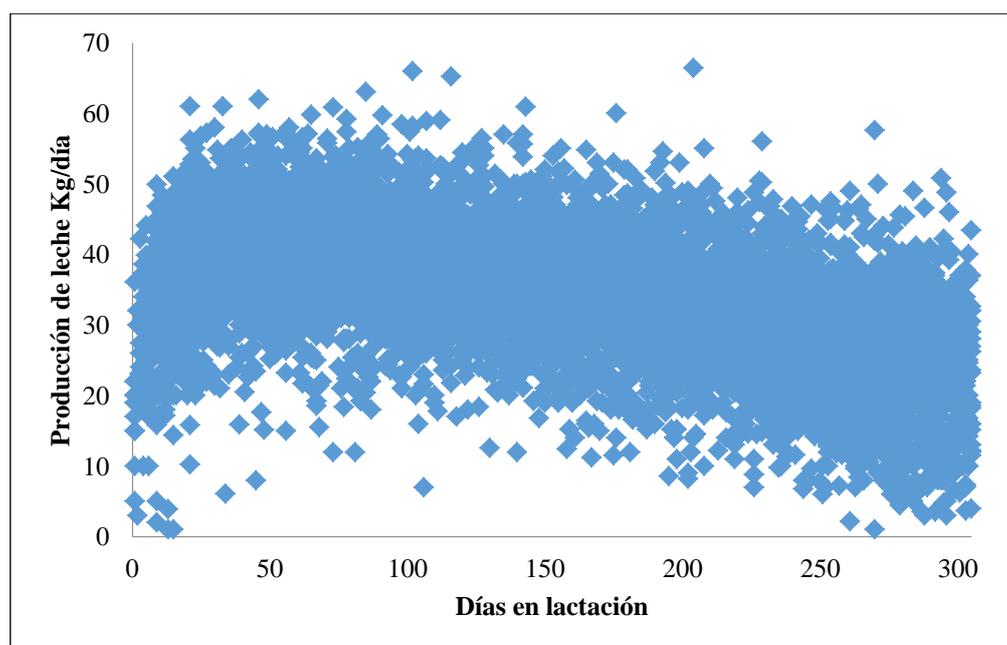
En cada parto se presenta los estadísticos de las características productivas, para el primer parto; tal como se muestra en la Tabla 2.

**Tabla 2:** Estadísticos de características productivas para primer parto.

N° Parto	N° Datos	N° Vaca	Producción de controles de leche			Días en leche			Año de parto	
			Media+E.E.	Mín.	Máx.	Media+E.E.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.
1	9,028	580	27.97±0.06	1	60	156.24±0.91	1	305	2007	2013

Fuente: Elaboración propia.

B. Para vacas de segundo parto



**Figura 9:** Representación gráfica de los Kg de leche por día de los controles de producción para segundo parto, periodo 2007-2013.

Fuente: Elaboración propia.

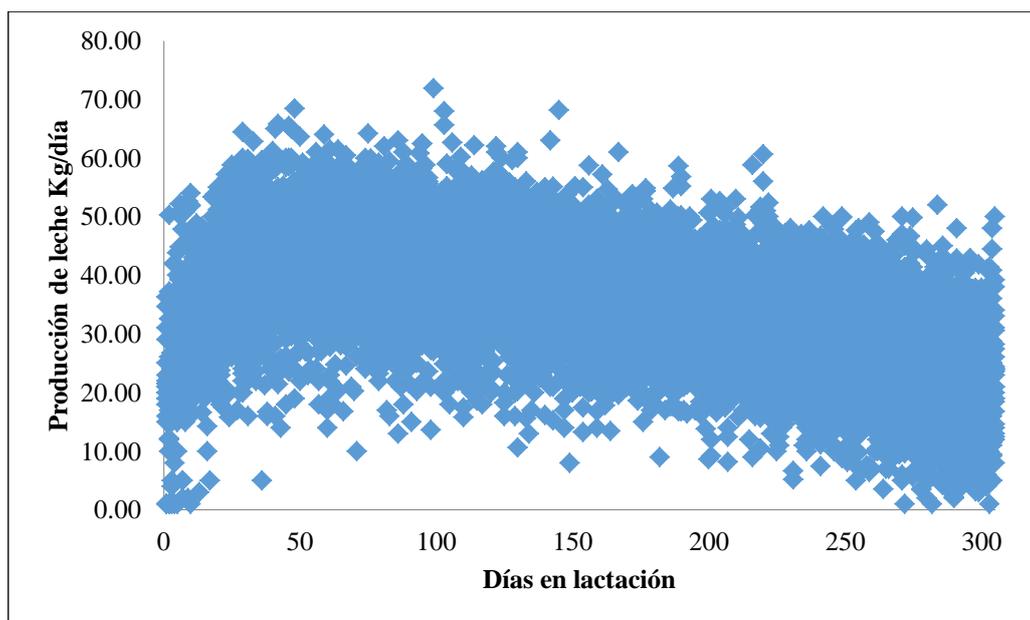
Para el segundo parto, se muestra en la Tabla 3.

**Tabla 3:** Estadísticos de características productivas para segundo parto.

N° Parto	N° Datos	N° Vaca	Producción de controles de leche			Días en leche			Año de parto	
			Media+E.E.	Mín.	Máx.	Media+E.E.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.
2	7,591	494	33.97 ± 0.11	1	66.4	152.37±1.00	1	305	2007	2013

Fuente: Elaboración propia.

C. Para vacas de tercer a más partos



**Figura 10:** Representación gráfica de los Kg de leche por día de los controles de producción para tercer a más partos, periodo 2007-2013.

Fuente: Elaboración propia.

Para el tercer a más parto, se muestra en la Tabla 4.

**Tabla 4:** Estadísticos de características productivas para tercer a más partos.

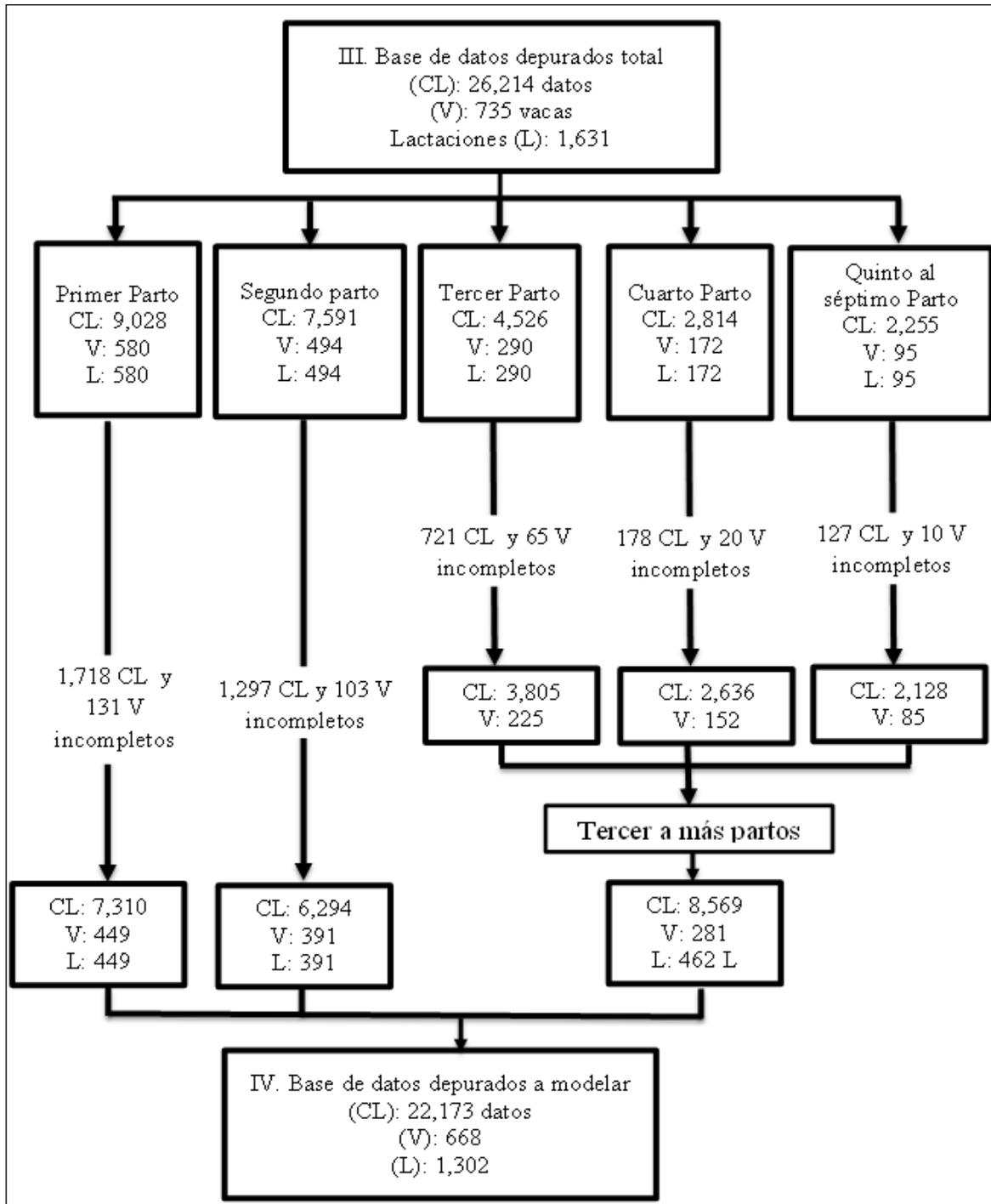
N° Parto	N° Datos	N° Vaca	Producción de controles de leche			Días en leche			Año de parto	
			Media+E.E.	Mín.	Máx.	Media+E.E.	Mín.	Máx.	Mín.	Máx.
3 a más	9,595	331	35.40±0.11	1	71.9	152.14±0.89	1	305	2007	2013

Fuente: Elaboración propia.

De la base de datos (III), se continuó con la depuración de datos debido a:

- Según autores Andersen *et al.* (2011) y Atashi *et al.* (2013) indican que la data para determinar la curva de lactación se debe depurar, por lo que se obtuvo la curva de lactación de cada vaca y al encontrar el valor de la pendiente negativa se procedió a descartar dichas vacas como curvas atípicas o datos incompletos.

- Las vacas que no poseían controles desde el inicio de lactación, por ejemplo las vacas que solo finalizaban su lactación a principios del 2007.
- Las vacas que no completaban sus registros a 305 días por haber empezado a mediados del 2013 y que no completaban lactaciones a 305 días.



**Figura 11:** Procedimiento de depuración de la base datos.

Fuente: Elaboración propia.

Eliminando dicha información se obtuvo la (IV) base de datos depurada para modelar las curvas de lactación, utilizando 22,173 controles de leche, que pertenecieron a 668 vacas y 1,302 lactaciones de diferentes partos: primer, segundo y tercer a más partos; además se buscó información en el establo de las características productivas de las vacas en estudio y se obtuvo la siguiente Tabla 5.

**Tabla 5:** Estadísticos de las características productivas (IV) base de datos depurados a modelar para primer, segundo y tercer a más partos.

	Variable	N° de datos	N° de vacas	Media	Desviación estándar	Coefficiente de variación (%)	Mín.	Máx.
<b>Primer parto</b>	Producción real	430	430	9943	2185.44	21.98	4071	20324
	Días en lactación	430	430	364	65.01	17.87	275	664
	Producción a 305 días	426	426	8562	1190.29	13.90	4053	11988
<b>Segundo parto</b>	Producción real	307	307	11800	2302.18	19.51	5211	24259
	Días en lactación	308	308	362	60.09	16.59	279	599
	Producción a 305 días	306	306	10528	1433.27	13.61	5122	14965
	Periodo de secado	217	217	65	25.04	38.71	2	181
	Intervalo entre parto	307	307	14	2.20	15.93	10.03	21.41
<b>Tercer parto</b>	Producción real	278	152	12159	2329.55	19.16	6999	20074
	Días en lactación	278	152	355	56.07	15.79	273	580
	Producción a 305 días	274	148	11040	1571.49	14.23	5811	15025
	Periodo de secado	258	140	75	35.25	47.02	24	227
	Intervalo entre parto	278	151	14	1.98	14.56	10.56	22.59

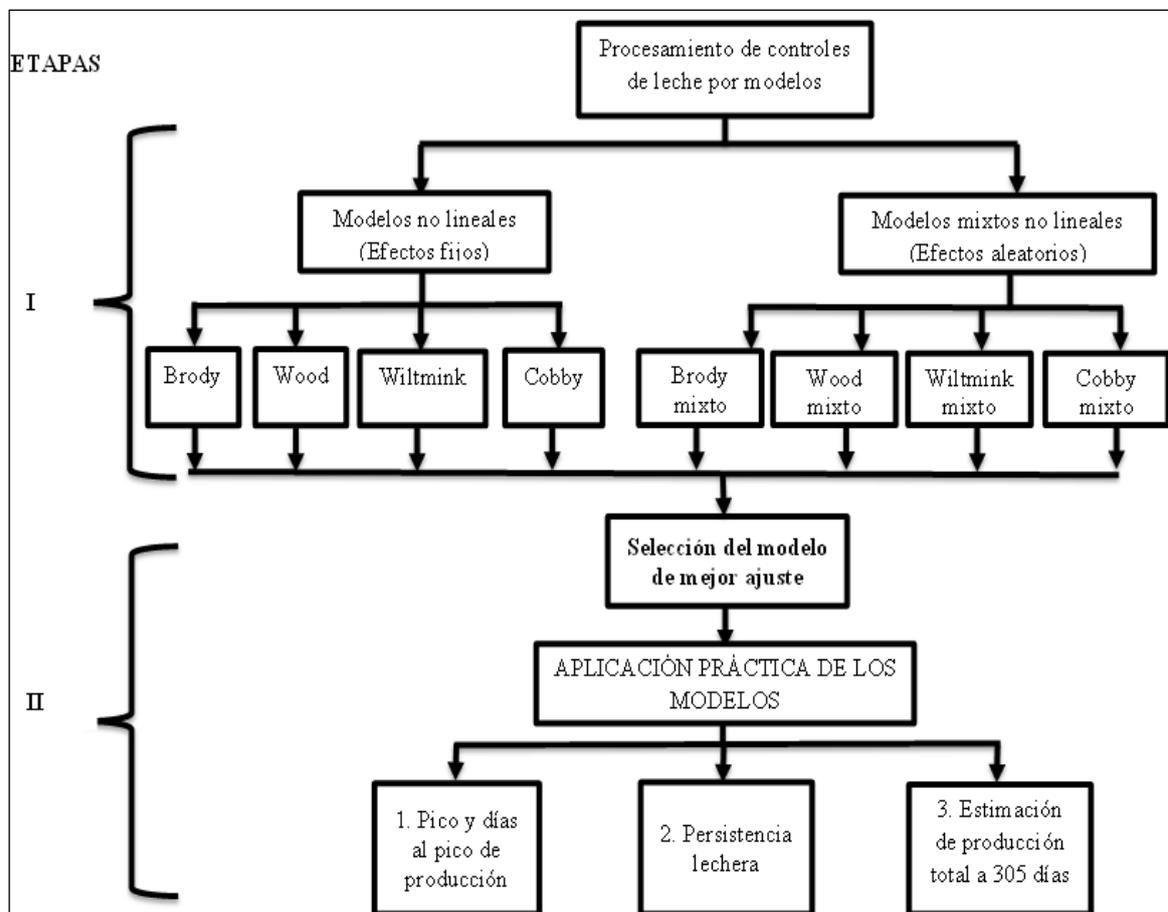
Fuente: Elaboración propia.

### 3.3. Procesamiento de modelación de la curva de lactación

En la primera etapa (I): Se realizó el procesamiento de ocho modelos no lineales y mixtos no lineales en las curvas de lactación, se empleó el programa estadístico SAS Versión 9.4.

Se utilizó NLMIXED para el análisis fijo y aleatorio de los diferentes modelos no lineales y mixtos.

En la segunda etapa (II): Aplicación práctica de los mejores modelos de ajuste para primer, segundo y tercero a más partos; obteniendo: pico de producción y días al pico, persistencia lechera y la estimación de producción total a 305 días, tal como se muestra en el Figura 12.



**Figura 12:** Procedimiento de selección de la base de datos obtenidas.

Fuente: Elaboración propia.

Se utilizó modelos no lineales para modelar la curva de lactación; por poseer un gran número de registros de controles de leche quincenal, los procedimientos de estimación no lineal podrían ser implementados con bastante facilidad; los cuales se estiman linealizando, tomándolo como logaritmo natural de cada ecuación por que la regresión no lineal no garantiza la convergencia (Ruiz *et al.* 2000).

Siendo el modelo de Brody el primero con una función exponencial decreciente para adaptarse a la fase decreciente del patrón de lactancia (Brody *et al.* 1923). Seguido de la

función gamma incompleta de Wood (Wood, 1967) es probablemente la más popular. La función de Wilmink consiste en tres términos que se combinan aditivamente, aumentando así la flexibilidad. Además, se puede linear fácilmente ajustando el parámetro  $k$  a un valor fijo adecuado (Brotherstone *et al.* 2000) y sus parámetros aún mantienen una relación con la forma de la curva de lactancia. Aunque suelen superar la función de Wood, especialmente en los diferentes escenarios de distribución de datos (Silvestre *et al.* 2006), estos dos modelos tienden a producir artificios matemáticos como los valores predichos negativos o demasiado altos del rendimiento de la leche al principio o al final de lactación (Druet *et al.* 2003, Macciotta *et al.* 2005, Silvestre *et al.* 2006).

En el modelo de Cobby (1978) revela que es una variación del modelo de Wood, donde  $e^{-cn}$  es reemplazado por donde  $(1 - e^{-qn})$  y  $q$  son parámetros, y  $n$  es la semana de lactancia. El modelo de Wilmink (1987) es una variación del modelo de Cobby y Le Du; por lo tanto también un derivado del modelo de Wood (1967).

A continuación los modelos no lineales utilizados para modelar la curva de lactación:

- a. Modelo Wood:  $y(\text{día}) = (\beta_0) * (\text{día}^{\beta_1}) * (e^{-\beta_2 * \text{día}})$
- b. Modelo Wilmink:  $y(\text{día}) = (\beta_0) + (\beta_1) * \text{día} + (-\beta_2) * (e^{-0.05 * \text{día}})$
- c. Modelo Cobby:  $y(\text{día}) = (\beta_0) - \beta_1 * \text{día} - (\beta_0) * (e^{-\beta_2 * \text{día}})$
- d. Modelo Brody:  $y(\text{día}) = (\beta_0) * (e^{-\beta_1 * \text{día}}) - (\beta_0) * (e^{-\beta_2 * \text{día}})$

Dónde:

$\beta_0$  = constante asociado con el nivel inicial de producción de leche.

$\beta_1$  = parámetro de tasa de incremento hasta el pico.

$\beta_2$  = tasa de descenso después del pico.

Los modelos no lineales mixtos representan una herramienta matemática más adecuada para evaluar los efectos ambientales.

Teniendo en cuenta los factores que podrían afectar a cada control de leche de manera diferente. La estructura básica de los modelos lineales mixtos utilizados para ajustar los rendimientos diarios de leche a lo largo de la trayectoria de lactancia, es la adición de un efecto aleatorio de la vaca.

La estructura de los modelos mixtos con el efecto aleatorio, dividido en aditivo genético y ambiente permanente, representa la forma básica de los modelos de repetibilidad de días de prueba utilizados para el ganado lechero (Ptak y Schaeffer, 1993).

Los modelos mixtos no lineales utilizados, incluyendo efectos aleatorios correspondientes al  $\beta_0$  de cada modelo.

- a. Modelo Wood:  $y(\text{días}) = (\beta_0 + \beta_{01}) * (\text{días}^{\beta_1}) * (e^{-\beta_2 * \text{días}})$
- b. Modelo Wilmink:  $y(\text{días}) = (\beta_0 + \beta_{01}) + (-\beta_1) * \text{días} + (-\beta_2) * \text{días} + (e^{-0.05 * \text{días}})$
- c. Modelo Cobby:  $y(\text{días}) = (\beta_0 + \beta_{01}) - \beta_1 * \text{días} - (\beta_0 + \beta_{01}) * (e^{-\beta_2 * \text{días}})$
- d. Modelo Brody:  $y(\text{días}) = (\beta_0 + \beta_{01}) * (e^{-\beta_1 * \text{días}}) - (\beta_0 + \beta_{01}) * (e^{-\beta_2 * \text{días}})$

Dónde:

$\beta_0$  = de la i-ésima lactancia

$\beta_{01} \approx N - (0, \sigma_{b0}^2)$  = variable no observable que representa una desviación aleatoria del coeficiente

$e_{ij} \approx N - (0, \sigma_e^2)$  = error asociado a la variabilidad individual de las observaciones que no se explican con el modelo y que reflejan el hecho de que las curvas pueden estar afectadas por efectos aleatorios no considerados.

Los criterios de AIC y BIC se utilizaron para elegir el mejor modelo de ajuste, el criterio se basa en seleccionar el modelo que tenga el menor valor numérico; al elegir el modelo de mejor ajuste se obtendrá:

- Parámetros de la curva de lactación:  $\beta_0, \beta_1, \beta_2$  de los modelos fijos y  $\beta_0, \beta_{01}, \beta_1, \beta_2$  para los modelos mixtos.
- Representación gráfica de las curvas de lactación para todos los modelos para el primer, segundo y tercer a más partos: reemplazando el día de lactación en el modelo los que tendrán su producción diaria.

La aplicación práctica de los modelos se va expresar en lo siguiente:

- Pico y días al pico de producción: para la determinación de los días al pico y pico de producción se realizó ordenando la producción hasta los 305 días la producción diaria y el ordenarlo de acuerdo a su máxima producción y en qué día se asigna este pico de producción.

- Persistencia lechera (%): para determinar la persistencia lechera, se utiliza la información de la producción diaria del modelo de mejor ajuste para cada parto. Se suman las producciones estimadas de cada mes, lo cual significa 30.5 días, luego se escoge el mes de mayor producción y se le usa como referente para obtener el porcentaje de caída mensual en función al tiempo. Utilizando la siguiente formula:

$$PERSISTENCIA \% = \frac{Kg. de leche en control mas tarde}{Kg. de leche en control anterior} X 100$$

- Estimación de producción total a 305 días: se aplicó la de mejor ajuste desde el primer hasta 305 días de producción al realizar la sumatoria se pudo obtener la estimación de producción total.

## IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### 4.1. Curva de lactación de ganado lechero de raza Holstein con modelos no lineales y no lineales mixtos

Las curvas de lactación se presentan con las ecuaciones de Wood, Wilmink, Cobby y Brody; la evaluación se realizara con los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC), que nos indicaran la curva de mejor ajuste.

#### 4.1.1. Modelación para el primer parto

En el primer parto se utilizó 7,310 datos de controles lecheros que correspondieron a 449 vacas, las cuales se encuentran con una edad promedio de  $24.42 \pm 0.204$  meses. Al modelar la curva de lactación con las ecuaciones utilizamos los modelos no lineales: Wood, Wilmink, Cobby y Brody; obtuvimos valores de los parámetros de la curva  $\beta_0$  constante asociado con el nivel inicial de producción de leche,  $\beta_1$  parámetro de tasa de incremento hasta el pico y  $\beta_2$  tasa de descenso después del pico; los cuales nos servirán para modelar la curva de lactancia del primer día al 305 días. Así mismo utilizamos los modelos mixtos no lineales antes mencionados, incluyendo efectos aleatorios correspondientes al  $\beta_0$  de cada modelo, como se muestra en la Tabla 6.

**Tabla 6:** Modelos no lineales y mixtos no lineales para ganado lechero de primer parto.

Modelo	No lineal	Mixto no lineal
Wood (1967)	$y(\text{día}) = (16.41) * (\text{día}^{0.19}) * e^{(-0.002 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (16.37 + 4.79) * (\text{día}^{0.19}) * e^{(-0.002 * \text{día})}$
Wilmink (1987)	$y(\text{día}) = (34.13) + (-0.03) * \text{día} + (-16.13) * e^{(-0.05 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (34.1908 + 1456) + (-0.03) * \text{día} + (-16.16) * e^{(-0.05 * \text{día})}$
Cobby (1978)	$y(\text{día}) = (32.29 - 0.02) * \text{día} * (-32.29) * e^{(-0.17 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (32.38 + 15.07) - 0.0231 * \text{día} - (32.38 + 15.07) * e^{(-0.16 * \text{día})}$
Brody (1924)	$y(\text{día}) = (32.34) * e^{(-0.001 * \text{día})} * (-32.34) * e^{(-0.17 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (32.32 + 18.68) * e^{(0.001 * \text{día})} - (32.32 + 18.68) * e^{(-0.16 * \text{día})}$

Fuente: Elaboración propia.

**Tabla 7:** Modelos no lineales vs. mixtos no lineales para ganado lechero de primer parto.

Ítem	Wood (1967)	Wilmink (1987)	Cobby (1978)	Brody (1924)
<b>Ajuste de modelo no lineal, sin incluir efectos aleatorios</b>				
$\beta_0 \pm$ E.E.	16.4159 $\pm$ 0.3681	34.1301 $\pm$ 0.1723	32.2878 $\pm$ 0.1676	32.3416 $\pm$ 0.1804
$\beta_1 \pm$ E.E.	0.1880 $\pm$ 0.0064	-0.0317 $\pm$ 0.0009	0.0232 $\pm$ 0.0009	0.0008 $\pm$ 0.0000
$\beta_2 \pm$ E.E.	0.0023 $\pm$ 0.0001	-16.1349 $\pm$ 0.5152	0.1666 $\pm$ 0.0079	0.1660 $\pm$ 0.0080
$\sigma_e^2$	30.4669 $\pm$ 0.5040	30.6323 $\pm$ 0.5067	32.4489 $\pm$ 0.5367	32.5607 $\pm$ 0.5386
AIC	45729	45768	46189	46214
BIC	45756	45795	46217	46242
<b>Componentes de la lactación</b>				
Días al pico	82	65	33	32
Pico (Kg)	31.13	31.44	31.39	31.38
P. Total 305 días	8,611	8,615	8,589	8,591
<b>Ajuste de modelo no lineal, incluyendo efecto aleatorio <math>b_1</math></b>				
$\beta_0 \pm$ E.E.	16.3749 $\pm$ 0.2863	34.1908 $\pm$ 0.2199	32.3840 $\pm$ 0.2219	32.3228 $\pm$ 0.2445
$\beta_1 \pm$ E.E.	0.1882 $\pm$ 0.0047	-0.0315 $\pm$ 0.0007	0.0231 $\pm$ 0.0007	0.0008 $\pm$ 0.0000
$\beta_2 \pm$ E.E.	0.0023 $\pm$ 0.0000	-16.1626 $\pm$ 0.3782	0.1631 $\pm$ 0.0056	0.1643 $\pm$ 0.0058
$\sigma_{b_1}^2$	4.7852 $\pm$ 0.3754	14.5621 $\pm$ 1.0421	15.0737 $\pm$ 1.0863	18.6816 $\pm$ 1.3559
$\sigma_e^2$	16.1940 $\pm$ 0.2765	16.2726 $\pm$ 0.2779	18.0165 $\pm$ 0.3076	18.3153 $\pm$ 0.3127
AIC	42338	42373	43078	43186
BIC	42359	42393	43099	43207
<b>Componentes de la lactación</b>				
Días al pico	83	65	33	33
Pico (Kg.)	31.16	31.51	31.47	31.38
P. Total 305 días	8,639	8,641	8,615	8,617
Dónde:				
$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Coeficientes de regresión para modelos no lineales evaluados				
$\sigma_e^2$ = Varianza del error				
$\sigma_{b_1}^2$ = Varianza correspondiente al efecto randomizado $b_1$				
AIC = Criterio de información de Akaike				
BIC = Criterio de información Bayesiano				

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 7 se presentó los resultados de los modelos no lineales y mixtos no lineales; con sus criterios de selección. Los modelos mixtos no lineales mostraron el mejor ajuste; ya que los criterios AIC y BIC mostraron ser los más bajos en comparación de los modelos no lineales. El modelo de mejor ajuste fue Wood, seguido de Wilmink, Cobby y Brody para los modelos no lineales; lo que es afirmado por Rodríguez *et al.* (2005), informan que el modelo Wood presentó mejor ajuste que otros modelos evaluados bajo el criterio del coeficiente de correlación y por el error estándar obtenido. En cambio Figueredo *et al.* (2010) indica que el modelo de Wilmink para vacas de primer parto de baja producción (<15 Lts.) es el que mejor se ajusta; porque presentó, en valores absolutos, la mejor relación de ajuste para el error cuadrado medio, error de predicción cuadrado y BIC. Este mismo autor afirma que para vacas de primer parto de mediana producción (15 - 20 lts.) se obtuvo que el modelo Wood mostró un mejor coeficiente de determinación y menor criterio BIC y un mayor porcentaje de convergencia que el modelo por Wilmink.

Para los modelos mixtos no lineales mostraron que el modelo de Wood tuvo el mejor ajuste; ya que los criterios AIC y BIC mostraron ser los más bajos; además resulto en haber reducido la varianza del error en un 53.15 por ciento en comparación de los modelos no lineales; lo cual es afirmado por Palacios *et al.* (2016), menciona que Wood mixtos no lineal mostró que su mejor ajuste para vacunos Siboney productores de leche seguido de Brody, Wilmink y Cobby.

Las estimaciones al pico de producción fueron similares al igual que para los días al pico siendo su comportamiento similar para los modelos mixtos y no lineales de Wood y Wilmink pero diferentes a los modelos Cobby y Brody. En los valores promedio para la producción total a 305 días, fueron similares para las dos metodologías empleadas.

#### **4.1.2. Modelación para el segundo parto**

En este parto se utilizó 6,294 datos de controles lecheros que correspondieron a 391 vacas, con una edad promedio de  $38.29 \pm 0.24$  meses. Se utilizaron los diferentes modelos no lineales y mixtos no lineales que incluyen efectos aleatorios correspondientes al  $\beta_0$  de cada modelo, tal como se muestra en la Tabla 8.

**Tabla 8:** Modelos no lineales y mixtos no lineales para ganado lechero de segundo parto.

Modelo	No lineal	Mixto no lineal
Wood (1967)	$y(\text{día})=(18.11)*(\text{día}^{0.26})*e^{(-0.004*\text{día})}$	$y(\text{día})=(17.97+5.05)*\text{día}^{0.26}*e^{(-0.004*\text{día})}$
Wilmink (1987)	$y(\text{día})=(48.04)+(-0.08)*\text{día}+(-27.23)*e^{(-0.05*\text{día})}$	$y(\text{día})=(48.26)+(-0.08)+(-48.26)*\text{día}+(-27.74)*e^{(-0.05*\text{día})}$
Cobby (1978)	$y(\text{día})=(45.87-0.07)*\text{día}*(-45.87)*e^{(-0.11*\text{día})}$	$y(\text{día})=(46.09+21.41)-0.07*\text{día}-(46.09+21.41)*e^{(-0.11*\text{día})}$
Brody (1924)	$y(\text{día})=(47.18)*e^{(-0.002*\text{día})}*(-47.18)*e^{(-0.11*\text{día})}$	$y(\text{día})=(46.99+34.63)e^{(-0.002*\text{día})}-(46.99+34.63)*e^{(-0.11*\text{día})}$

Fuente: Elaboración propia.

En la Tabla 9, los modelos mixtos no lineales mostraron el mejor ajuste; ya que los criterios AIC y BIC tuvieron los valores más bajos en comparación de los modelos no lineales. El modelo Wood tuvo un mejor ajuste para la curva de lactancia para los modelos no lineales; ya que presenta los criterios de los ajustes, AIC y BIC más bajos que los demás modelos; lo que es afirmado por Ferreira *et al.* (2015); mencionan que el modelo de Wood era la mejor opción para ajustar los datos en la mayoría de los casos evaluados en vacas de segundo parto a más; probablemente debido a su simplicidad.

Así mismo estos resultados son afirmado por Figueiredo *et al.* (2010) quienes menciona que en vacas de segundo parto con mediana producción, el modelo Wood tuvo el mejor ajuste, bajos los criterios de coeficiente de determinación ( $R^2$ ), criterio de Akaike, pero no se ajustó en el criterio de información Bayesiano (BIC) pero el modelo Brody si tuvo un mejor ajuste en base a este criterio.

Para los modelos mixtos no lineales el modelo de mejor ajuste fue Wilmink, seguido de Wood, Cobby y Brody, en función de los criterios AIC, BIC y además resulto haber reducido la varianza del error en un 63.18 por ciento en comparación de los modelos no lineales.

Las estimaciones al pico de producción fueron similares al igual que para los días al pico siendo su comportamiento similar para los modelos mixtos y no lineales de Wood y Wilmink pero diferentes a los modelos Cobby y Brody. En los valores promedio para la producción total a 305 días, fueron similares para las dos metodologías empleadas.

**Tabla 9:** Modelos no lineales vs. mixtos no lineales para ganado lechero de segundo parto.

Ítem	Wood (1967)	Wilmink (1987)	Cobby (1978)	Brody (1924)
<b>Ajuste de modelo no lineal, sin incluir efectos aleatorios</b>				
$\beta_0 \pm$ E.E.	18.1123 $\pm$ 0.4830	48.0428 $\pm$ 0.2528	45.8721 $\pm$ 0.2599	47.1797 $\pm$ 0.3363
$\beta_1 \pm$ E.E.	0.2605 $\pm$ 0.0078	-0.0807 $\pm$ 0.0013	0.0708 $\pm$ 0.0014	0.0020 $\pm$ 0.0000
$\beta_2 \pm$ E.E.	0.0041 $\pm$ 0.0001	-27.2281 $\pm$ 0.7637	0.1129 $\pm$ 0.0041	0.1053 $\pm$ 0.0039
$\sigma_e^2$	56.9805 $\pm$ 1.0158	57.1553 $\pm$ 1.0189	59.7311 $\pm$ 1.0648	60.7942 $\pm$ 1.0837
AIC	43314	43334	43611	43722
BIC	43341	43361	43638	43749
<b>Componentes de la lactación</b>				
Días al pico	64	57	38	38
Pico (Kg.)	41.29	41.87	42.55	42.83
P. Total 305 días	10,357	10,335	10,304	10,309
<b>Ajuste de modelo no lineal, incluyendo efecto aleatorio <math>b_1</math></b>				
$\beta_0 \pm$ E.E.	17.9716 $\pm$ 0.4017	48.2587 $\pm$ 0.3042	46.0864 $\pm$ 0.3140	46.9919 $\pm$ 0.4042
$\beta_1 \pm$ E.E.	0.2616 $\pm$ 0.0062	-0.0816 $\pm$ 0.0011	0.0716 $\pm$ 0.0011	0.0020 $\pm$ 0.0000
$\beta_2 \pm$ E.E.	0.0040 $\pm$ 0.0001	-27.7354 $\pm$ 0.6112	0.1114 $\pm$ 0.0032	0.1063 $\pm$ 0.0032
$\sigma_{b_1}^2$	5.0532 $\pm$ 0.4576	20.2182 $\pm$ 1.6056	21.4064 $\pm$ 1.7081	34.6362 $\pm$ 2.8288
$\sigma_e^2$	37.2995 $\pm$ 0.6863	36.1131 $\pm$ 0.6645	38.3789 $\pm$ 0.7062	41.1543 $\pm$ 0.7572
AIC	41509	41340	41708	42094
BIC	41529	41360	41728	42113
<b>Componentes de la lactación</b>				
Días al pico	65	57	38	38
Pico (Kg)	41.26	42.01	42.70	42.764
P. Total 305 días	10,382	10,371	10,323	10,334
Dónde:				
$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Coeficientes de regresión para modelos no lineales evaluados				
$\sigma_e^2$ = Varianza del error				
$\sigma_{b_1}^2$ = Varianza correspondiente al efecto randomizado $b_1$				
AIC = Criterio de información de Akaike				
BIC = Criterio de información Bayesiano				

Fuente: Elaboración propia.

### 4.1.3. Modelación para el tercer parto a más

En este parto se utilizó 8,569 datos de controles lecheros que correspondieron a 281 vacas con una edad promedio mayor a lo normal por considera del tercer al séptimo parto con  $55.58 \pm 0.50$  meses. Se utilizaron los diferentes modelos no lineales anteriormente presentados y mixtos no lineales incluyendo efectos aleatorios correspondientes al  $\beta_0$  de cada modelo, tal como se muestra en la Tabla 10.

**Tabla 10:** Modelos no lineales y mixtos no lineales para ganado lechero de tercer a más partos.

Modelo	No lineal	Mixto no lineal
Wood (1967)	$y(\text{día}) = (16.65) * \text{día}^{0.30} * e^{(0.004)}$	$y(\text{día}) = (16.51 + 4.47) * \text{día}^{0.30} * e^{(-0.0046 * \text{día})}$
Wilmink (1987)	$y(\text{día}) = 51.82 + (-0.09) * \text{día} + (-33.03) * e^{(-0.05 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (51.67 + 16.26) + (-0.09) * \text{día} + (-33.18) * e^{(-0.05 * \text{día})}$
Cobby (1978)	$y(\text{día}) = (49.78 - 0.08) * \text{día} - 49.78 * e^{(-0.09 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (49.63 + 19.63) - 0.08 * \text{día} - (49.63 + 19.63) * e^{(-0.09 * \text{día})}$
Brody (1924)	$y(\text{día}) = (51.89) * e^{(-0.002 * \text{día})} - 54.89 * e^{(-0.09 * \text{día})}$	$y(\text{día}) = (51.18 + 21.91) * e^{(-0.002 * \text{día})} - (51.18 + 21.91) * e^{(-0.09 * \text{día})}$

Fuente: Elaboración propia.

En el Tabla 11, los modelos mixtos no lineales mostraron el mejor ajuste; ya que los criterios AIC y BIC mostraron ser los más bajos en comparación de los modelos no lineales. El modelo de mejor ajuste fue Wood, seguido de Wilmink, Cobby y Brody, en función de los criterios AIC, BIC, para modelos no lineales; lo que afirman Torshizi et al. (2011), mencionan que el modelo de Wood fue mejor que Wilmink, por poseer un el  $R^2$  más alto y un error cuadrático medio más pequeño; de la misma forma Wood (1967) menciona que este modelo presenta un mejor ajuste para las vacas en producción de la tercera o mayor número lactancias.

Para los modelos mixtos no lineales el modelo de mejor ajuste fue Wilmink, seguido de Wood, Cobby y Brody, en función de los criterios AIC, BIC y además resulto haber reducido la varianza del error en un 72.26 por ciento en comparación a los modelos no lineales.

**Tabla 11:** Modelos no lineales vs. mixtos no lineales para ganado lechero de tercer a más partos.

Ítem	Wood (1967)	Wilmink (1987)	Cobby (1978)	Brody (1924)
<b>Ajuste de modelo no lineal, sin incluir efectos aleatorios</b>				
$\beta_0 \pm$ E.E.	16.6458 $\pm$ 0.4177	51.8245 $\pm$ 0.2415	49.7811 $\pm$ 0.2631	51.8870 $\pm$ 0.3669
$\beta_1 \pm$ E.E.	0.3043 $\pm$ 0.0073	-0.0940 $\pm$ 0.0013	0.0847 $\pm$ 0.0014	0.0023 $\pm$ 0.0000
$\beta_2 \pm$ E.E.	0.0046 $\pm$ 0.0001	-33.0349 $\pm$ 0.7216	0.0933 $\pm$ 0.0027	0.0853 $\pm$ 0.0026
$\sigma_e^2$	70.7196 $\pm$ 1.0804	70.8482 $\pm$ 1.0824	73.7373 $\pm$ 1.1265	75.2028 $\pm$ 1.1489
AIC	60819	60834	61177	61346
BIC	60847	60863	61205	61374
<b>Componentes de la lactación</b>				
Días al pico	66	57	43	43
Pico (Kg)	43.91	44.55	45.24	45.61
P. Total 305 días	10,777	10,776	10,723	10,728
<b>Ajuste de modelo no lineal, incluyendo efecto aleatorio <math>b_1</math></b>				
$\beta_0 \pm$ E.E.	16.5097 $\pm$ 0.3745	51.6733 $\pm$ 0.3193	49.6296 $\pm$ 0.3493	51.1760 $\pm$ 0.4226
$\beta_1 \pm$ E.E.	0.3035 $\pm$ 0.0062	-0.0939 $\pm$ 0.0011	0.0846 $\pm$ 0.0012	0.0023 $\pm$ 0.0000
$\beta_2 \pm$ E.E.	0.0046 $\pm$ 0.0001	-33.1865 $\pm$ 0.6161	0.0927 $\pm$ 0.0023	0.0863 $\pm$ 0.0022
$\sigma_{b_1}^2$	4.4703 $\pm$ 0.4595	16.2589 $\pm$ 1.2121	19.6246 $\pm$ 1.5751	21.9120 $\pm$ 1.4323
$\sigma_e^2$	51.6615 $\pm$ 0.8027	51.2019 $\pm$ 0.8034	53.4438 $\pm$ 0.8357	57.6951 $\pm$ 0.9230
AIC	58827	58699	59082	59566
BIC	58846	58717	59100	59584
<b>Componentes de la lactación</b>				
Días al pico	67	57	43	43
Pico (Kg)	43.56	44.39	45.06	45.18
P. Total 305 días	10,738	10,734	10,677	10,698
Dónde:				
$\beta_0, \beta_1, \beta_2$ = Coeficientes de regresión para modelos no lineales evaluados				
$\sigma_e^2$ = Varianza del error				
$\sigma_{b_1}^2$ = Varianza correspondiente al efecto randomizado $b_1$				
AIC = Criterio de información de Akaike				
BIC = Criterio de información Bayesiano				

Fuente: Elaboración propia.

Las estimaciones al pico de producción fueron similares al igual que para los días al pico siendo su comportamiento similar para los modelos mixtos y no lineales de Wood y Wilmlink pero diferentes a los modelos Cobby y Brody. En los valores promedio para la producción total a 305 días, fueron similares para las dos metodologías empleadas.

#### 4.2. Elección del mejor modelo para primer, segundo y tercer a más partos

De todos los modelos matemáticos aplicados los modelos mixtos no lineales presentaron los mejores criterios de ajuste para la curva de lactaciones el primer parto la modelación de mejor ajuste fue Wood y para el segundo y tercer a más partos el de mejor ajuste fue Wilmlink; tal como se muestra en el Figura 13.

Además los modelos de mejor ajuste para los distintos partos se muestran en la Tabla 12.

**Tabla 12.** Modelos de mejore ajuste para primer, segundo y tercer a más partos.

<b>Modelo mixto</b>	Wood (1967)	Primer parto $y(\text{día})=(16.38+4.79)*(\text{día}*0.1882)*(e^{-0.0023*\text{día}})$
	Wilmlink (1987)	Segundo parto $y(\text{día})=(48.26+20.22)+(-0.082)*\text{día}+(-27.74)*(e^{-0.05*\text{día}})$
		Tercer a más partos $y(\text{día})=(51.67+16.26)+(-0.09)*\text{día}+(-33.18)*(e^{-0.09*\text{día}})$

Fuente: Elaboración propia.

Así mismo realizando esta elección de los mejores modelos mixtos no lineales, podremos determinar el nivel de producción de leche, permitiendo identificar posibles errores en el manejo de un determinado hato lechero; facilitando de este modo la toma de decisiones sobre las posibles mejoras que se va realizar en el futuro.

##### 4.2.1. Pico de lactación y días al pico en modelos mixtos no lineales

En la Tabla 13, se observa que los kilogramos de leche en el pico de producción de los diferentes modelos para cada parto fueron similares.

Para los días al pico de producción Wood y Wilmlink fueron 82 y 64 días respectivamente. Además si consideramos que este establo realiza tres ordeños diarios, de acuerdo con Amos *et al.*, citado por Atashi (2015) informaron que la producción de leche alcanzó su

máximo a las seis semanas para las vacas en la primera lactancia ordeñada dos veces al día y las nueve semanas para las vacas en la primera lactancia ordeñada tres veces al día; así mismo Hale *et al.* (2003) informan que el pico de producción de leche se produjo durante la semana siete para las vacas ordeñadas dos veces al día y durante la semana ocho para las ordeñadas tres veces al día, ya que las vacas de alta producción tardan más en alcanzar el pico de producción en comparación a las de baja producción (González y Quintero, 2011).

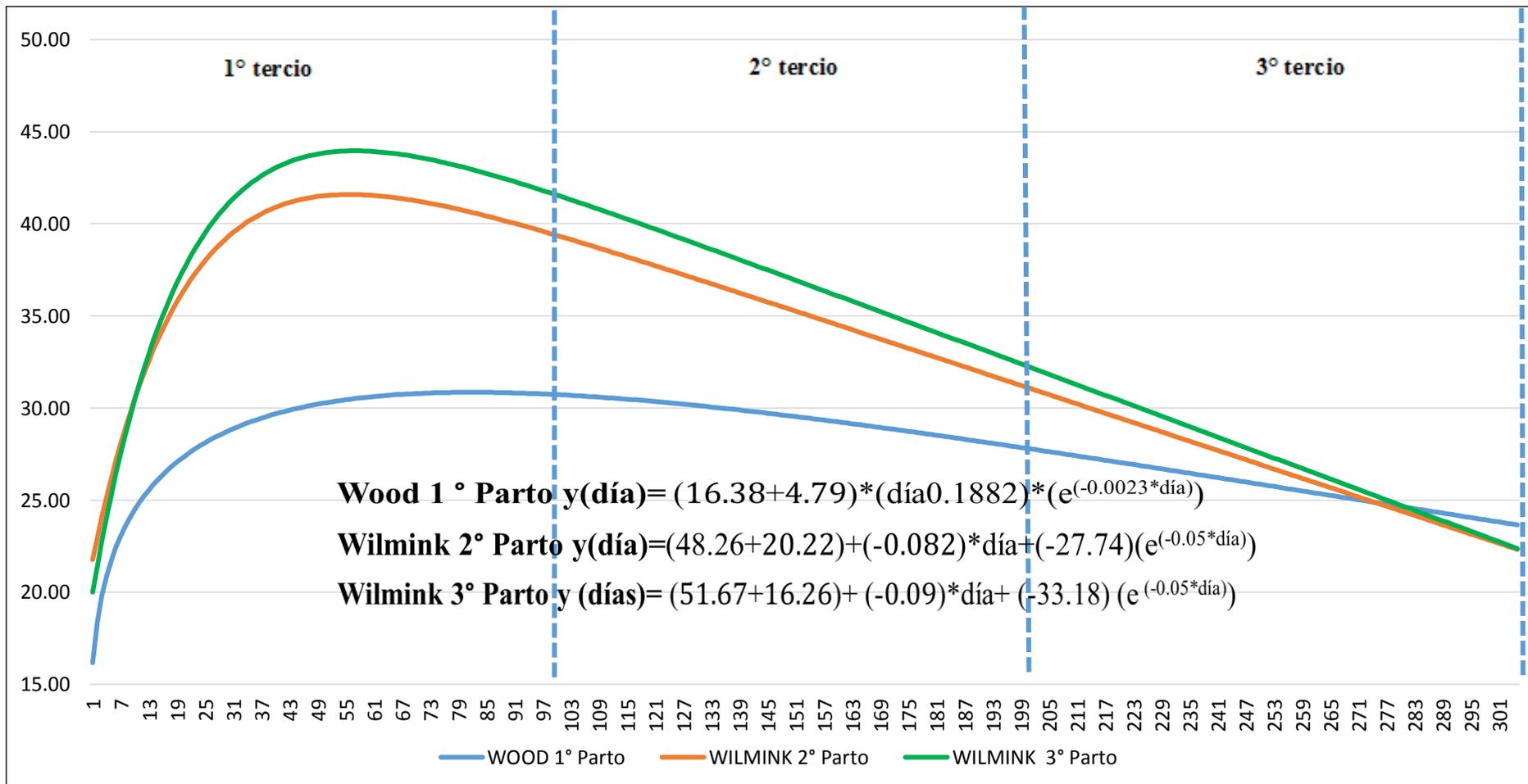
**Tabla 13:** Producción y días al pico para modelos mixtos no lineales.

N° de parto	Wood		Wilmink	
	Días en lactancia	Producción (Kg)	Días en lactancia	Producción (Kg)
1 <sup>ro</sup>	83	31.16	65	31.51
2 <sup>do</sup>	65	41.26	57	42.00
3 <sup>ro</sup> a más	67	43.56	57	44.39

Fuente: Elaboración propia.

La persistencia de la lactancia fue mayor en vacas ordeñadas tres veces diarias que la de los ordeñados dos veces. Se ha demostrado que la frecuencia aumenta la persistencia de la lactancia en las vacas lecheras Holstein (Dahl *et al.* 2004; Bernier-Dodier *et al.* 2010; Henshaw *et al.*, citado por Atashi 2015). La frecuencia de ordeño modula el rendimiento de la leche y la persistencia de la lactancia en vacas de lactancia media (Henshaw *et al.*, citado por Atashi 2015).

Así mismo se observa que a medida que aumenta el número de partos se reduce los días al pico de producción lo que difiere por Koçak *et al.* (2008) sobre la tendencia a que el tiempo de producción pico llegue a ser más tarde como el número de lactancia aumenten.



**Figura 13:** Curvas de lactación para primer, segundo y tercer a más partos con modelos mixtos no lineales

Fuente: Elaboración propia.

Así mismo Cañas *et al.* (2011) cita que no hubo diferencias significativas en los días al pico a través de sus partos evaluados en una explotación al pastoreo con dos ordeños al día; sin embargo se menciona que estos resultados estaban de acuerdo a Tekerli *et al.* (2000) y Keown *et al.*, citado por Koçak *et al.* (2008) para vacas Holstein. Rao y Sundaresan (1979), informaron que el día de pico de producción en vacas de primera lactancia podría ser explicado por el tejido secretor de leche en animales primíparas que tardan más en alcanzar su actividad máxima que en animales multíparas; así como también Appuhamy (2006) encontró que las vacas primíparas y multíparas, que desarrollan trastornos metabólicos posparto (cetosis, fiebre de la leche y desplazamiento de abomaso) y trastornos reproductivos en primíparas (metritis, placenta retenida y quistes ováricos), tienden a alcanzar un rendimiento máximo en días posteriores en leche y tienen curvas de lactancia más planas para los rendimientos de leche, grasa y proteína. Strucken *et al.* (2015) mencionan que usualmente se alcanzan un pico de producción alrededor de los 42 - 60 días en la lactancia, ya que las vacas lecheras experimentan una deficiencia energética durante la lactancia temprana y de pico (Collard *et al.* 2000) debido a que los altos requerimientos energéticos para la producción de leche no se cumplen debido a limitaciones fisiológicas que limitan la ingesta de alimentos y la movilización de recursos de energía corporal.

#### **4.2.2. Persistencia lechera según modelos mixtos no lineales**

En la Tabla 14, se muestra la producción acumulada mensual por parto en sus diferentes modelos seleccionados para su mejor modelación: primer parto - Wood, segundo y tercer a más partos - Wilmink; para el primer parto nos muestra que su producción máxima estaría a los tres meses de producción, siendo este referente para los posteriores meses, manteniendo su persistencia hasta el quinto mes; se puede observar en el transcurso del quinto al sexto mes se produce una caída considerable del 12 por ciento. En el segundo y tercer parto se presenta una producción máxima el segundo y tercer mes manteniéndose hasta el quinto mes, partiendo de aquí hacia los siguientes meses con una caída del 14 y 12 por ciento de producción, respectivamente.

**Tabla 14:** Persistencia lechera respecto al pico y caída mensual de la persistencia (%), según modelos mixtos no lineales.

Mes Px.	Primer parto - Wood			Segundo parto - Wilmink			Tercer a más partos - Wilmink		
	Px. Mensual	Persistencia		Px. Mensual	Persistencia		Px. Mensual	Persistencia	
		Respecto al pico	Caída mensual		Respecto al pico	Caída mensual		Respecto al pico	Caída mensual
1	779			1252			1025		
2	922			1228	100%		1333	100%	
3	949	100%		1187	97%	3%	1332	100%	0%
4	943	99%	1%	1129	92%	8%	1264	95%	5%
5	953	100%	0%	1103	90%	10%	1181	89%	11%
6	836	88%	12%	935	76%	24%	1025	77%	23%
7	890	94%	6%	969	79%	21%	1076	81%	19%
8	826	87%	13%	868	71%	29%	920	69%	31%
9	814	86%	14%	827	67%	33%	858	64%	36%
10	727	77%	23%	703	57%	43%	719	54%	46%
<b>P. Total</b>	8639			10201			10734		

Fuente: Elaboración propia.

Esto es debido a que ocurre un cambio de manejo del quinto al sexto mes, ya que en el establo Granados la política de manejo es categorizar sus vacas en producción a partir de 150 a 200 días en lactación, que pasan a corrales de mediana producción, cambiando de ración y número de ordeños (tres a dos); provocando así un desbalance nutricional y estrés por el manejo realizado y por tanto tarda en adaptarse en su producción cayendo así drásticamente en persistencia lechera.

#### 4.2.3. Evaluación de rendimiento de leche por etapa productiva

La Tabla 15, muestra las etapas productivas en toda la lactación, el modelo Wood, se obtuvo 34, 35 y 32 por ciento para primer, segundo y tercer tercio, respectivamente, así mismo para el modelo Wilmink se obtuvo 37, 25, 28 y 38, 35, 27 por ciento para el segundo y tercer parto respectivamente; siendo similares por parto; lo que difiere por Cartier y Cartier (2004) mencionan que la proporción adecuada es 45, 32 y 23 por ciento de la producción total por los diferentes tercios productivos.

**Tabla 15:** Etapas productivas por tercios de lactación para primer, segundo y tercer a más partos.

Etapas productivas	Rango de días	Parámetro esperado	Porcentaje (%) de rendimiento productivo		
			Wood	Wilmink	Wilmink
			1 <sup>er</sup> Parto	2 <sup>do</sup> Parto	3 <sup>er</sup> Parto
I	0 - 100	45%	34	37	38
II	100 - 200	32%	35	35	35
III	200 - 305	23%	32	28	27

Fuente: Elaboración propia.

Lo que demuestra que este establo en toda su lactancia, no aprovechan todo su potencial productivo, ya que esto está reflejado en que no llegan a tener la máxima producción en su primer tercio de lactación; esto debido principalmente por la falta de adaptabilidad ruminal en la etapa de transición del establo, por el cambio de la ración de pre-parto a post-parto y llegando con un sobre acondicionamiento moderado al parto; siendo este el punto quiebre del estado del animal; provocando un alto porcentaje de enfermedades metabólicas (retención de placenta, cetosis subclínica y desplazamiento de abomaso principalmente) en

los primeros 100 días de producción; resultado así una pérdida de expresión productiva en un 11 por ciento del total de producción.

#### **4.2.4. Producción de leche estimada a 305 días, según modelos mixtos no lineales para vacas en producción de la raza Holstein.**

En base a las ecuaciones obtenidas se estimaron las producciones diarias para obtener la producción a 305 días, los resultados se muestran en el Anexo 1, Anexo 2 y Anexo 3.

En la Tabla 16, se estimó las producciones a 305 días acumuladas en los modelos seleccionados para grupos de partos evaluados; obteniendo similares resultados de Wood y Wilmink.

**Tabla 16:** Producción de leche estimada a 305 días, según modelos mixtos no lineales.

<b>N° Parto</b>	<b>Producción a 305 días (Kg)</b>	<b>Porcentaje (%)</b>	<b>Modelos mixtos no lineales</b>
1ro	8,639	80%	Wood
2do	10,371	97%	Wilmink
3ro a más	10,734	100%	Wilmink

Fuente: Elaboración propia

De acuerdo al parto, se puede observar que el modelo Wood y Wilmink tienen comportamiento similares, ya que el primer parto representa el 80 por ciento de su máxima producción; el segundo parto el 97 por ciento y el tercer parto a más el 100 por ciento con lo que difiere a lo encontrado por Olivera (2001), menciona que las vacas en producción al primer parto desarrollan un potencial productivo en un 85 por ciento, segundo parto en un 97 por ciento y tercer a mayores partos en 100 por ciento de su capacidad máxima de producción. Por otro lado el modelo Wood tuvo el mejor rendimiento de producción a 305 días y con una persistencia más ajustada a la realidad en el establo lechero, sin embargo ya que este establo posee un manejo reproductivo con solo la utilización de semen importado se esperó que presente mejores persistencias en toda su curva de lactancia. Además la caída en la persistencia acelerada se debió por la falta de adaptación ruminal en el post parto y por el manejo productivo, después del pico de producción.

## V. CONCLUSIONES

Con la aplicación de modelos no lineales y mixtos no lineales en la data del establo Granados en el periodo de 2007 al 2013 se concluyó que:

1. Los modelos mixtos comparados con los modelos no lineales, mostraron mejor ajuste para la curva de lactancia a 305 días en ganado lechero de raza Holstein.
2. El modelo de Wood fue el de mejor ajuste para el primer parto y el modelo Wilmink para segundo y tercer a más parto.
3. Los modelos mixtos son una herramienta auxiliar de planificación estratégica para evaluar el comportamiento de la curva de lactación en su pico de producción y la persistencia diaria, mensual y por tercios de lactación en sus diferentes partos.

## **VI. RECOMENDACIONES**

Debido a los resultados obtenidos en el presente estudio se recomienda:

1. Aplicar los modelos mixtos no lineales para modelar las curvas de lactación por ser de mejor ajuste en especial los modelos Wood y Wilmink. Brindándonos resultados ajustados a la realidad para el pico y días al pico de producción, persistencia lechera y estimación de producción a 305 días.
2. Utilizar los modelos mixtos no lineales como herramienta de planificación estratégica, en establos lecheros de dos y tres ordeños en forma práctica y analítica.
3. Continuar las evaluaciones realizando los ajustes pertinentes para el establo Granados.

## VII. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

**AGALEP (Asociación de Ganaderos Lecheros del Perú). 2015.** Informe del Sector Lácteo - Enero. Consultado 24 nov. 2016. Disponible en: <https://app.box.com/s/2fr19qg36iqyrlxnwg7g89ry1ckx6f6u>

**Akaike, H. 1973.** Information theory and an extension of the maximum likelihood principle. Proceedings of the Second International Symposium on Information Theory (Eds. Petrov, B.N. y Csaki, F.). Budapest: Akademiai Kiado. 267-281 p.

**Akpa, G.; Asiribo, E.; Oni, O.; Alawa, J. 2001.** The influence of non-genetic factors on the shape of lactation curves in Red Sokoto goats. *Animal Science*. 72(2): 233-239. doi: 10.1017/S1357729800055727

**Almeyda, J. 2013.** Manual de manejo y de alimentación de vacunos II: Manejo y Alimentación de vacas productoras de leche en sistemas intensivos. Artículo técnico. Engormix. Consultado 14 feb. 2015. Disponible en: <http://www.engormix.com/MA-ganaderia-leche/nutricion/articulos/manual-manejo-alimentacion-vacunos-t4665/141-p0.htm>

**Almeyda, J.; Parreño, A. 2011.** Manejo y alimentación de vacas productoras de leche en sistemas intensivos. Consultado 1 mar. 2015. Disponible en: <http://www.engormix.com/MA-ganaderia-leche/nutricion/articulos/manual-manejo-alimentacion-vacunos-t4665/141-p0.htm>

**Alquinga, B.; Guamán, N. 2012.** Análisis de las curvas de lactancia de las vacas del Centro Académico Docente Experimental La Tola, calculadas mediante la utilización de la ecuación de Wood. Universidad Central del Ecuador. 15-25 p.

**Andersen, F.; Østerås, O.; Reksen, O; Toft, N.; Gröhn, Y. 2011.** Associations between the time of conception and the shape of the lactation curve in early lactation in Norwegian dairy cattle. *Acta Vet. Scand*. 53: 5. doi: 10.1186/1751-0147-53-5.

**Andrade, R; Caro, Z.; Porras, J. 2016.** Efecto de la frecuencia de ordeño en la producción y comportamiento de vacas lecheras en lactancia. *Revista Científica, FCV-LUZ*. Vol. XXVI. N° 1: 33-40.

**Appuhamy, J. 2006.** Phenotypic relationships between lactation persistency and common health disorders in dairy cows. Virginia Polytechnic Institute and State University. 19-47 p.

**Atashi, H. 2015.** Effect of Milking Frequency on the Lactation Performance and Lactation Curve of Holstein Dairy Cows in Iran. *Iranian Journal of Applied Animal Science*. 5 (2): 273-278 p.

**Atashi, H.; Zamiri, M.; Akhlaghi, A.; Dadpasand, M.; Sayyadnejad, M.; Abdolmohammadi, A. 2013.** Association between the lactation curve shape and calving interval in Holstein dairy cows of Iran. *Iranian Journal of Veterinary Research, Shiraz University*. 14(2): 88-93 p.

**Bar-Peled, U.; Maltz, E.; Bruckental, I.; Folman, Y.; Kali, Y.; Gacitua, H.; Lehrer, A.; Knight, C.; Robinson, B.; Voet, H.; Tagari, H. 1995.** Relationship between frequent milking or suckling in early lactation and milk production of high producing dairy cows. *J. Dairy Sci*. 78(12): 2726-2736.

**Bernier-Dodier, P; Delbecchi, L; Wagner, G.; Talbot, B.; Lacasse, P. 2010.** Effect of milking frequency on lactation persistency and mammary gland remodeling in mid-lactation cows. *J. Dairy Sci*. 93(2): 555-564. doi: 10.3168/jds.2009-2320

**Brody, S.; Ragsdale, A.; Turner, C. 1923.** The rate of decline of milk secretion with the advance of the period of lactation. *J. Gen. Physiol*. 5(4): 441-444.

**Brody, S.; Ragsdale, A.; Turner, C. 1924.** The relation between the initial rise and the subsequent decline of milk secretion following parturition. *J. Gen. Physiol*. 6(5): 541-545.

**Brotherstone, S.; White, I.; Meyer, K. 2000.** Genetic modelling of daily milk yield using orthogonal polynomials and parametric curves. *Anim. Sci*. 70(3): 407-415. doi: 10.1017/S1357729800051754

**Cabrera, V.; Solis, D.; Del Corral, J. 2010.** Determinants of technical efficiency among dairy farms in Wisconsin. *J. Dairy Sci*. 93(1): 387-393. doi: 10.3168/jds.2009-2307

**Cadenas, J.; Castillo, A. 2000.** Una comparación de la estimación de componentes de varianza mediante simulación. *Agrociencia*. 34(3): 343-352.

**Cañas, J; Cerón, M.; Corrales, J. 2011.** Modelación de curvas de lactancia para producción de leche, grasa y proteína en bovinos Holstein en Antioquia, Colombia. *Rev. MVZ Córdoba*. 16 (2): 2514-2520.

**Cartier, E.; Cartier, J. 2004.** Tambos - Análisis de sus procesos de producción con fines de costeo. XXVII Congreso Argentino de profesores universitarios de costos. 5-7 p.

**Cobby, J.; Le Du, J. 1978.** On fitting curves to lactation data. *Anim. Prod.* 26(2): 127-13. doi: 10.1017/S0003356100039532

**Collard, B.; Boettcher, P.; Petitclerc, D.; Dekkers, J.; Schaeffer, L. 2000.** Relationships Between energy balance and health traits of dairy cattle in early lactation. *J. Dairy Sci.* 83: 2683-2690. doi:10.3168/jds.S0022-0302 (00)75162-9.

**Cortes, K.; Quiroz, M.; Solarte, C.; Osejo, E. 2012.** Modelación de curvas de producción láctea en bovinos Holstein del trópico alto de Nariño. *Revista Investigación Pecuaria*. 1(2): 24-31.

**Cuatrín, A. 2007.** Curva de producción y composición de leche bovina. Compendio de tecnología de ordeño, calidad de leche y agroindustria. IDIA XXI Lechería. Edic. INTA. Año VII. N° 9. 75-79 p.

**Czerniawska, E.; Gralla, K.; Szewczuk, M.; Chocilowicz, E. 2012.** The comparison yield, composition and quality of cows milk depending on twice-a-day and four times-a-day milking. *Acta Sci. Pol. Zootech.* 11(4): 21-30.

**Dahl, G.; Wallace, R.; Shanks, R.; Lueking, D. 2004.** Hot topic: effects of frequent milking in early lactation on milk yield and udder health. *J. Dairy Sci.* 87(4): 882-885. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(04)73232-4

**Davidian, M.; Giltinan, D. 1995.** Hierarchical Non-linear models. In; *Nonlinear models for repeated measurement data*. 2nd ed. London: Chapman y hall/CRC. 63-95 p.

**Dekkers, J.; Ten Hag, J.; Weersink, A. 1998.** Economic aspects of persistency of lactation in dairy cattle. *Livest. Prod. Sci.* 53(3) 237-252.

**Druet, T.; Jaffrézik, F.; Boichard, D.; Ducroq, V. 2003.** Modeling lactation curves and estimation of genetic parameters for first lactation test-day records of French Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 86: 2480-2490.

**Ehrlich, J. 2013.** Quantifying inter-group variability in lactation curve shape and magnitude with the MilkBot<sup>®</sup> lactation model. *PeerJ* 1:e54. doi: 10.7717/peerj.54

**Elizondo, J. 2007.** Periodo seco corto en ganado de leche. *Red Veterinaria.* 8: 5.

**Ensminger, M. 1977.** Producción bovina para leche. Ed. El Ateneo. Buenos Aires, Argentina. 567 p.

**Eslamizad, M.; Dehghan, M.; Rezayazdi, K.; Moradi, M. 2010.** Effects of 6 times daily milking during early versus full lactation of Holstein cows on milk production and blood metabolites. *J. Dairy Sci.* 93: 4054-4061.

**Erdman, R.; Varner, M. 1995.** Fixed yield responses to increased milking frequency. *J. Dairy Sci.* 78: 1199-1203.

**Feria, A. 2010.** Factores que influyen en la curva de lactancia en vacas F1 (Holstein x Cebú) en el trópico húmedo de Veracruz, México. Universidad Veracruzana.

**Fernández, L. 1996.** Modelos que describen la dinámica de los procesos biológicos en las Ciencias Agropecuarias. Universidad Nacional Autónoma de Honduras. 68 p.

**Fernández, L. 2004.** Modelos estadísticos matemáticos en el análisis de la curva de lactancia y de factores que la afectan en el genotipo Siboney de Cuba. Universidad Agraria de la Habana. 17 p.

**Ferreira, A.; Henrique, D.; Vieira, R.; Maeda, E.; Valotto, A. 2015.** Fitting mathematical models to lactation curves from Holstein cows in the southwestern region of the state of Parana, Brazil. *Anais da Academia Brasileira de Ciencias.* 87(1): 503-517.

**Figueiredo, D.; Pereira, J.; Fonseca, F.; Fajardo, O.; Braga, J.; Azevedo, J. 2010.** Selection of models of lactation curves to use in milk production simulation systems. *Revista Brasileira de Zootecnia.* V. 39, N° 4. 891-902 p.

**France, J.; Thornley, J. 1984.** Mathematical models in agriculture. London: Butterworth. 335 p.

**García, M.; Castellana, N.; Rapelli, C.; Koegel, L.; Catalano, M. 2014.** Criterios de información y predictivos para la selección de un modelo lineal mixto. Saberes. N° 6: 61-76. Sección Artículos.

**Gasque, R. 2007.** Detalles sobre lactación y persistencia de lactación. Boletín Técnico Virtual. Órgano de difusión del Departamento de Producción Animal de Rumiantes FMVZ - UNAM. Editorial Boletín. Vol. 13. Consultado el 8 de abril del 2014. Disponible en: <http://fmvz.unam.mx/fmvz/departamentos/rumiantes/bovinotecnia/BtRgZooD001.htm>.

**Góngora, J. 2006.** Evaluación del comportamiento productivo, reproductivo y composición de la leche en vacas normando puras y en diferentes porcentajes de sangre, en la Finca Chuguacá, Municipio de San Francisco. Universidad de La Salle. 40 p.

**Gonzáles, D. Quintero, A. 2011.** Innovación & Tecnología en la Ganadería Doble Propósito. Capítulo XXII: Uso de las curvas de lactancia como herramienta para el manejo y mejoramiento de la producción de leche. 210-216 p.

**Google Maps. 2016.** Vista satelital del establo Granados. Consultado 8 oct. 2016. Disponible en: <https://www.google.com.pe/maps/@-10.9419445,-77.6412075,279m/data=!3m1!1e3>

**Greven, S.; Kneib, T. 2010.** On the behavior of marginal and conditional AIC in linear mixed models. *Biometrika*, 97(4): 773-789.

**Guerra, W.; Cabrera, A.; Fernández, L. 2002.** Propuesta metodológica para la selección de modelos estadísticos. Aplicaciones a modelos de regresión. Monografía. UNAH. 35 p.

**Hale, S.; Capuco, A.; Erdman, R. 2003.** Milk yield and mammary growth effects due to increased milking frequency during early lactation. *J. Dairy Sci.* 86: 2060-2071.

**Halkjaer, J. 2000.** Genetic correlations between the shape of the lactation curve and disease resistance in dairy cattle. Danish Institute of Agricultural Sciences. 150 p.

**Holmes, C. 1984.** Producción de leche en praderas. Ed. Acribia. Zaragoza, España. 446 p.

**INEI (Instituto Nacional de Estadística e Informática). 2015.** Informe Técnico - Producción Nacional. N° 03. Consultado 8 oct. 2016. Disponible en: [https://www.inei.gov.pe/media/MenuRecursivo/boletines/informe-tecnico-n03\\_produccion\\_ene2015.pdf](https://www.inei.gov.pe/media/MenuRecursivo/boletines/informe-tecnico-n03_produccion_ene2015.pdf)

**Jamrozik, J.; Kistemaker, G.; Dekkers, J., Shaeffer, L. 1997.** Comparison of possible Covariables for use in Random Regression Models for analyses of test day yields. *J. Dairy Sci.* 80: 2550-2556.

**Jensen, J. 2001.** Genetic Evaluation of Dairy Cattle using Test-Day Models. *J. Dairy Sci.* 84(12): 2803-2812.

**Klei, L.; Lynch, J.; Barbano, D.; Oltenacu, P.; Lednor, A.; Bandler, D. 1997.** Influence of milking three times a day on milk quality. *J. Dairy Sci.* 80: 427-436.

**Koçak, O.; Ekiz, B. 2008.** Comparison of different lactation curve models in Holstein cows raised on a farm in the southeastern Anatolia region. *Arch. Tierz.* 51(4): 329-337.

**León, C.; Quiroz, R. 1994.** Análisis de sistemas agropecuarios: Uso de modelos biomatemáticos. Ed. CIRNMA. Puno - Perú. 91-93 p.

**León, J.; Quiroz, J.; Pleguezuelos, J.; Martínez, E.; Delgado, J. 2007.** Curva de lactación para el número de lactación en cabras murciano-granadinas. *Arch. Zootec.* 56(1): 641-646. Consultado 19 set. 2014. Disponible en: [http://uco.es/organiza/servicios/publica/az/php/img/web/01\\_08\\_51\\_46CurvaLeon.pdf](http://uco.es/organiza/servicios/publica/az/php/img/web/01_08_51_46CurvaLeon.pdf)

**Lindstrom, M.; Bates, D. 1990.** Nonlinear mixed effects models for repeated measures data. *Biometrics.* 46(3): 673-687.

**Macciotta, N.; Vicario, D.; Cappio-Borlino, A. 2005.** Detection of different shapes of lactation curve for milk yield in dairy cattle by empirical mathematical models. *J. Dairy Sci.* 88(3): 1178-1191.

**Martínez, G. 2000.** Edad al primer parto e intervalo entre parto en ganado pardo suizo criado en el Trópico subhúmedo. Consultado 11 jun. 2014. Disponible en: <http://ecologia.uat.mx/biotam/v4n2/art3.html>

**Menchaca, M. 1978.** Modelo múltiple con efectos de curvas de lactancia controlado para el análisis estadístico de experimentos con vacas lecheras. Instituto de Ciencia Animal. 119 pp.

**Menchaca, M. 1993.** Manual de diseño experimental. Universidad Nacional Autónoma de México. 112 p.

**MINAGRI (Ministerio de Agricultura y Riego). 2016.** Boletín estadístico de producción agrícola, pecuaria y avícola. 94pp. Consultado 8 oct. 2016. Disponible en: <http://siesa.minag.gov.pe/siesa/?q=noticias/produccion-agricola-pecuaria-y-avicola-marzo-2016>

**Muir, B.; Fatehi, J.; Schaeffer, L. 2004.** Genetic relationships between persistency and reproductive performance in first-lactation Canadian Holsteins. *J. Dairy Sci.* 87: 3029-3037.

**Olivera, S. 2001.** Índices de producción y su repercusión económica para un establo lechero. *Rev. Inv. Vet. Perú.* 12(2): 49-54.

**Österman, S.; Bertilsson, J. 2003.** Extended calving interval in combination with milking two or three time per day: Effects on milk production and milk composition. *Livestock Production Science.* 82(2-3): 139-149.

**Palacios, A.; Domínguez, J.; Padrón, Y.; Rodríguez, M.; Rodríguez, F.; Espinoza, J.; Ávila, N. 2016.** Caracterización de la curva de lactancia de bovinos Siboney con modelos no lineales mixtos. *Rev. Mex. Cienc. Pecu.* 7(2): 233-242.

**Palaquibay, A. 2003.** Efecto de la suplementación con remolacha forrajera (*Beta vulgaris* L.) en la producción de vacas Holstein en la Hacienda Santa Isabel.

**Palmer, R.; Jensen, E.; Hardie, A. 1994.** Removal of within-cow differences between morning and evening milk yields. *J. Dairy Sci.* 77(9): 2663-2670.

**Patton, J.; Kenny, D.; Mee, J.; O'Mara, F.; Watches, D.; Cook, M.; Murphy, J. 2006.** Effect of milking frequency and diet on milk production, energy balance and reproduction in dairy cows. *J. Dairy Sci.* 89: 1478-1487. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(06)72215-9

**Peña, D. 2000.** Estadística modelos y métodos. Alianza Editorial. Madrid. 4ª. Ed.

**Peña, D. 2002.** Análisis de datos multivariantes. Madrid: McGraw-Hill.

**Pereyra, A.; Ramos, G.; Sonvico, V.; Musí, D. 1997.** Estudio estadístico de curvas de lactancias para la predicción de la producción total de leche. XIV Reunión ALPA 190. Congreso ALPA. Resúmenes. P. 859.

**Pinheiro, J.; Bates, D. 2000.** Linear Mixed - effects Models. In: Mixed effects models in S and S-PLUS. 1st ed. Springer - Verlag, Berlin. 3-52 p.

**Ptak, S.; Schaeffern, L. 1993.** Use of test day yields for genetic evaluation of dairy sires and cows. Livest. Prod. Sci. 34: 23-34.

**Quinn, N.; Killen, L.; Buckley, F. 2003.** The factors affecting the lactation curve of Irish dairy cows. Consultado 08 oct. 2014. Disponible en: <http://agresearchforum.com/publicationsarf/2003/page022.pdf>

**Quintero, J.; Serna, J.; Hurtado, N.; Rosero, R.; Cerón, M. 2007.** Modelos matemáticos para curvas de lactancia en ganado lechero. Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias. 20(2): 149-156 p. Consultado 8 oct. 2014. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=295023034007>

**Ramírez, L. 2005.** Índice lechero: Técnicas para asociar la producción con la reproducción en el ganado lechero y de doble propósito. Mundo Pecuario. 1(3): 60-61.

**Ramírez, R.; Ramírez, G.; Núñez, R.; Tewolde, A. 1998.** Curvas de lactancias en vacas Angus, Suizo Pardo y sus cruza. Comparación de ecuaciones. Agrociencia. 32: 325-330.

**Rao, M.; Sundaresan, D. 1979.** Influence of environment and heredity on the shape of lactation curves in Sahiwal cows. J. Agric. Sci. 92: 393-401

**Rekaya, R.; Weigel, K.; Gianola, D. 2001.** Application of estructural Model for Genetic covariances in international dairy sire evaluations. J. Dairy Sci. 84: 1525-1530.

**Rivera, I. 2006.** Determinación de curvas de lactancia del hato bovino criollo Saavedreño en Santa Cruz - Bolivia. Universidad Autónoma Gabriel Rene Moreno.

**Rodríguez, L.; Ara, M.; Huamán, H.; Echevarría, L. 2005.** Modelos de ajuste para curvas de lactación de vacas en crianza intensiva en la cuenca de Lima. Rev. Inv. Vet.

Perú. 16(1): 1-12. Consultado 8 oct. 2014. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=371838842001>

**Rowlands, G.; Lucey, S.; Russell, A. 1982.** Comparison of different models of the lactation curve in dairy cattle. *Animal Science*. 35(1): 135-142. doi: 10.1017/S0003356100000908

**Ruiz, R.; Oregui, L.; Herrero, M. 2000.** Comparison of models for describing the lactation curve of Latxa sheep and an analysis of factors affecting milk yield. *J. Dairy Sci.* 83(11): 2709-2719. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(00)75165-4

**Sakult, H.; Boylan, W. 1992.** Lactation curves for several US sheep breeds. *Animal Science*. 54(2): 229-233. doi: 10.1017/S0003356100036849.

**Schnier, C.; Helms, S.; Saloniemi, H. 2003.** Comparison of milk production of dairy cows kept in cold and warm loose-housing systems. *Preventive Veterinary Medicine*. 61(4): 295-307.

**Schwarz, G. 1978.** Estimating the dimension of a model. *Ann. Statist.* 6(2): 461-464. doi: 10.1214/AM/1176344136

**SENAMHI (Servicio Nacional de Meteorología e Hidrología). 2013.** Servicios climáticos. Estación Camay. Consultado el 8 de octubre del 2016. Disponible en: [http://www.senamhi.gob.pe/include\\_mapas/\\_dat\\_esta\\_tipo.php?estaciones=000532](http://www.senamhi.gob.pe/include_mapas/_dat_esta_tipo.php?estaciones=000532)

**Sherchand, L.; McNew, R.; Kellogg, D.; Johnson, B. 1995.** Selection of a mathematical model to generate lactation curves using daily milk yields of Holstein cows. *J. Dairy Sci.* 78(11): 2507-2513. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(95)76880-1

**Sienra, R. 2002.** Revisión del plan agropecuario N° 90. Grupo de trabajo de la facultad de veterinaria de Uruguay.

**Silvestre, A.; Petim-Batista, F.; Colaço, J. 2006.** The accuracy of seven mathematical functions in modeling dairy cattle lactation curves based on test-day records from varying sample schemes. *J. Dairy Sci.* 89(5):1813- 1821. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(06)72250-0

- Smith, J.; Ely, L.; Graves, W.; Gilson, W. 2002.** Effect of milking frequency on DHI performance measures. *J. Dairy Sci.* 85(12): 3526-3533. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(02)74442-1
- Soberon, F.; Ryan, C.; Nydam, D.; Galton, D.; Overton, D. 2011.** The effect of increased milking frequency during early lactation on milk yield and milk composition on commercial dairy farms. *J. Dairy Sci.* 94: 4398-4405.
- Stefano, B.; Colitti, M.; Gabai, G.; Knight, C.; Wilde, C. 2002.** Mammary apoptosis and lactation persistency in dairy animals. *J. Dairy Res.* 69(1): 37-52.
- Strucken, E.; Laurenson, Y.; Brockmann, G. 2015.** Go with the flow-biology and genetics of the lactation cycle. *Front. Genet.* 6: 118. doi: 10.3389/fgene.2015.00118
- Tekerli, M.; Akinci, Z.; Dogan, I.; Akcan, A. 2000.** Factors affecting the shape of lactation curves of Holstein cows from the Balikesir province of Turkey. *J. Dairy Sci.* 83(6): 1381-1386. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(00)75006-5
- Torshizi, M.; Aslamenejad, A.; Nassiri, M.; Farhangfar, H. 2011.** Comparison and evaluation of mathematical lactation curve functions of Iranian primiparous Holsteins. *S. Afr. J. Anim. Sci.* 41: 2.
- Vaida, F.; Blanchard, S. 2005.** Conditional Akaike information for mixed-effects models. *Biometrika.* 92(2): 351-370. doi: 10.1093/biomet/92.2.351
- Van-Baale, M.; Ledwith, D.; Thompson, J.; Burgos, R.; Collier, R.; Baumgard, L. 2005.** Effect of increased milking frequency in early lactation with or without recombinant bovine somatotropin. *J. Dairy Sci.* 88(11): 3905-3912. doi: 10.3168/jds.S0022-0302(05)73076-9
- Wall, E.; McFadden, T. 2008.** Use it or lose it: enhancing milk production efficiency by frequent milking of dairy cows. *J. Anim. Sci.* 86(13): 27-36. doi: 10.2527/jas.2007-0318
- WCDHIS (Western Canadá Dairy Herd Improvement Services). 2001.** Herd improvement report. Western Canadá Dairy Herd. Improvement Services Edmonton, AB.
- Wilmink, J. 1987.** Comparison of different methods of predicting 305 - day milk yield using means calculated from within herd lactation curves. *Livest. Prod. Sci.* 17:1-17.

**Wood, P. 1967.** Algebraic model of the lactation curve in cattle. *Nature* 216: 164-168. doi: 10.1038/216164a0

**Zimin, A.; Delcher, A.; Florea, L.; Kelley, D.; Schatz, M.; Puiu, D.; Hanrahan, F.; Pertea, G., Van-Tassell, C.; Sonstegard, T.; Marcais, G.; Roberts, M.; Subramanian, P.; Yorke, J.; Salzberg, S. 2009.** A whole-genome assembly of the domestic cow, *Bos taurus*. *Genome Biol.* 10(4): R42. doi:10.1186/gb-2009-10-4-r42

## VIII. ANEXOS

**ANEXO 1:** Producciones diarias estimadas del primer hasta 305 días de acuerdo a modelos mixtos no lineales de Wood - Primer parto.

<b>WOOD (1967) - Primer parto</b>															
<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>1<sup>er</sup></b>
1	16.34	39	29.87	77	31.14	115	30.81	153	29.83	191	28.53	229	27.09	267	25.58
2	18.57	40	29.94	78	31.15	116	30.79	154	29.80	192	28.50	230	27.05	268	25.54
3	20.00	41	30.01	79	31.15	117	30.77	155	29.77	193	28.46	231	27.01	269	25.50
4	21.06	42	30.08	80	31.16	118	30.75	156	29.73	194	28.42	232	26.97	270	25.46
5	21.92	43	30.15	81	31.16	119	30.73	157	29.70	195	28.39	233	26.93	271	25.42
6	22.63	44	30.21	82	31.16	120	30.71	158	29.67	196	28.35	234	26.89	272	25.38
7	23.25	45	30.27	83	31.16	121	30.69	159	29.64	197	28.31	235	26.85	273	25.34
8	23.78	46	30.32	84	31.16	122	30.67	160	29.61	198	28.27	236	26.81	274	25.30
9	24.26	47	30.38	85	31.16	123	30.64	161	29.57	199	28.24	237	26.77	275	25.26
10	24.69	48	30.43	86	31.16	124	30.62	162	29.54	200	28.20	238	26.73	276	25.22
11	25.08	49	30.48	87	31.15	125	30.60	163	29.51	201	28.16	239	26.69	277	25.18
12	25.44	50	30.53	88	31.15	126	30.57	164	29.48	202	28.12	240	26.65	278	25.14
13	25.76	51	30.57	89	31.15	127	30.55	165	29.44	203	28.09	241	26.61	279	25.10
14	26.07	52	30.61	90	31.14	128	30.53	166	29.41	204	28.05	242	26.57	280	25.06
15	26.35	53	30.65	91	31.13	129	30.50	167	29.38	205	28.01	243	26.53	281	25.02
16	26.61	54	30.69	92	31.13	130	30.48	168	29.34	206	27.97	244	26.49	282	24.98
17	26.85	55	30.73	93	31.12	131	30.45	169	29.31	207	27.94	245	26.45	283	24.94
18	27.08	56	30.76	94	31.11	132	30.43	170	29.28	208	27.90	246	26.41	284	24.90
19	27.30	57	30.80	95	31.10	133	30.40	171	29.24	209	27.86	247	26.38	285	24.86
20	27.50	58	30.83	96	31.09	134	30.37	172	29.21	210	27.82	248	26.34	286	24.82



**ANEXO 2:** Producciones diarias estimadas del primer hasta 305 días de acuerdo a modelos mixtos no lineales de Wilmink - Segundo parto.

<b>WILMINK (1987) - Segundo Parto</b>															
<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>	<b>Día</b>	<b>2<sup>do</sup></b>
1	21.79	39	41.13	77	41.39	115	38.79	153	35.77	191	32.68	229	29.58	267	26.48
2	23.00	40	41.24	78	41.33	116	38.71	154	35.68	192	32.60	230	29.50	268	26.40
3	24.14	41	41.34	79	41.28	117	38.64	155	35.60	193	32.51	231	29.42	269	26.32
4	25.22	42	41.44	80	41.23	118	38.56	156	35.52	194	32.43	232	29.33	270	26.23
5	26.25	43	41.52	81	41.17	119	38.48	157	35.44	195	32.35	233	29.25	271	26.15
6	27.22	44	41.60	82	41.11	120	38.40	158	35.36	196	32.27	234	29.17	272	26.07
7	28.14	45	41.66	83	41.05	121	38.32	159	35.28	197	32.19	235	29.09	273	25.99
8	29.01	46	41.73	84	40.99	122	38.24	160	35.20	198	32.11	236	29.01	274	25.91
9	29.84	47	41.78	85	40.93	123	38.17	161	35.12	199	32.02	237	28.93	275	25.83
10	30.62	48	41.83	86	40.87	124	38.09	162	35.04	200	31.94	238	28.84	276	25.75
11	31.36	49	41.87	87	40.80	125	38.01	163	34.95	201	31.86	239	28.76	277	25.66
12	32.06	50	41.90	88	40.74	126	37.93	164	34.87	202	31.78	240	28.68	278	25.58
13	32.72	51	41.93	89	40.68	127	37.85	165	34.79	203	31.70	241	28.60	279	25.50
14	33.34	52	41.96	90	40.61	128	37.77	166	34.71	204	31.62	242	28.52	280	25.42
15	33.93	53	41.98	91	40.54	129	37.69	167	34.63	205	31.54	243	28.44	281	25.34
16	34.49	54	41.99	92	40.48	130	37.61	168	34.55	206	31.45	244	28.36	282	25.26
17	35.02	55	42.00	93	40.41	131	37.53	169	34.47	207	31.37	245	28.27	283	25.17
18	35.51	56	42.00	94	40.34	132	37.45	170	34.39	208	31.29	246	28.19	284	25.09
19	35.98	57	42.00	95	40.27	133	37.37	171	34.30	209	31.21	247	28.11	285	25.01
20	36.42	58	42.00	96	40.20	134	37.29	172	34.22	210	31.13	248	28.03	286	24.93
21	36.84	59	41.99	97	40.13	135	37.21	173	34.14	211	31.05	249	27.95	287	24.85
22	37.23	60	41.98	98	40.06	136	37.13	174	34.06	212	30.97	250	27.87	288	24.77



**ANEXO 3:** Producciones diarias estimadas del primer hasta 305 días de acuerdo a modelos mixtos no lineales de Wilmink - Tercer a más partos.

<b>WILMINK (1987) - Tercer a más partos</b>															
<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>	<b>Día</b>	<b>3<sup>er</sup></b>
1	20.01	39	43.29	77	43.74	115	40.77	153	37.30	191	33.75	229	30.18	267	26.62
2	21.46	40	43.43	78	43.68	116	40.69	154	37.21	192	33.65	230	30.09	268	26.52
3	22.83	41	43.55	79	43.62	117	40.60	155	37.11	193	33.56	231	29.99	269	26.43
4	24.13	42	43.67	80	43.56	118	40.51	156	37.02	194	33.46	232	29.90	270	26.33
5	25.36	43	43.77	81	43.49	119	40.42	157	36.93	195	33.37	233	29.81	271	26.24
6	26.53	44	43.87	82	43.43	120	40.33	158	36.83	196	33.28	234	29.71	272	26.15
7	27.63	45	43.95	83	43.36	121	40.24	159	36.74	197	33.18	235	29.62	273	26.05
8	28.68	46	44.03	84	43.29	122	40.15	160	36.65	198	33.09	236	29.52	274	25.96
9	29.67	47	44.10	85	43.22	123	40.06	161	36.55	199	33.00	237	29.43	275	25.86
10	30.61	48	44.16	86	43.15	124	39.97	162	36.46	200	32.90	238	29.34	276	25.77
11	31.49	49	44.21	87	43.08	125	39.88	163	36.37	201	32.81	239	29.24	277	25.68
12	32.33	50	44.26	88	43.01	126	39.79	164	36.27	202	32.71	240	29.15	278	25.58
13	33.13	51	44.30	89	42.93	127	39.70	165	36.18	203	32.62	241	29.06	279	25.49
14	33.88	52	44.33	90	42.86	128	39.61	166	36.09	204	32.53	242	28.96	280	25.40
15	34.59	53	44.35	91	42.78	129	39.51	167	35.99	205	32.43	243	28.87	281	25.30
16	35.26	54	44.38	92	42.71	130	39.42	168	35.90	206	32.34	244	28.77	282	25.21
17	35.89	55	44.39	93	42.63	131	39.33	169	35.81	207	32.25	245	28.68	283	25.11
18	36.49	56	44.40	94	42.55	132	39.24	170	35.71	208	32.15	246	28.59	284	25.02
19	37.06	57	44.40	95	42.47	133	39.15	171	35.62	209	32.06	247	28.49	285	24.93
20	37.59	58	44.40	96	42.39	134	39.06	172	35.52	210	31.96	248	28.40	286	24.83
21	38.09	59	44.40	97	42.31	135	38.96	173	35.43	211	31.87	249	28.30	287	24.74

22	38.56	60	44.39	98	42.23	136	38.87	174	35.34	212	31.78	250	28.21	288	24.64
23	39.01	61	44.38	99	42.15	137	38.78	175	35.24	213	31.68	251	28.12	289	24.55
24	39.43	62	44.36	100	42.06	138	38.69	176	35.15	214	31.59	252	28.02	290	24.46
25	39.82	63	44.34	101	41.98	139	38.60	177	35.06	215	31.49	253	27.93	291	24.36
26	40.19	64	44.31	102	41.90	140	38.50	178	34.96	216	31.40	254	27.84	292	24.27
27	40.54	65	44.29	103	41.81	141	38.41	179	34.87	217	31.31	255	27.74	293	24.18
28	40.86	66	44.26	104	41.73	142	38.32	180	34.78	218	31.21	256	27.65	294	24.08
29	41.17	67	44.22	105	41.64	143	38.23	181	34.68	219	31.12	257	27.55	295	23.99
30	41.45	68	44.18	106	41.56	144	38.13	182	34.59	220	31.03	258	27.46	296	23.89
31	41.72	69	44.14	107	41.47	145	38.04	183	34.50	221	30.93	259	27.37	297	23.80
32	41.97	70	44.10	108	41.39	146	37.95	184	34.40	222	30.84	260	27.27	298	23.71
33	42.20	71	44.06	109	41.30	147	37.86	185	34.31	223	30.74	261	27.18	299	23.61
34	42.42	72	44.01	110	41.21	148	37.76	186	34.21	224	30.65	262	27.08	300	23.52
35	42.62	73	43.96	111	41.13	149	37.67	187	34.12	225	30.56	263	26.99	301	23.42
36	42.81	74	43.91	112	41.04	150	37.58	188	34.03	226	30.46	264	26.90	302	23.33
37	42.98	75	43.85	113	40.95	151	37.48	189	33.93	227	30.37	265	26.80	303	23.24
38	43.14	76	43.80	114	40.86	152	37.39	190	33.84	228	30.28	266	26.71	304	23.14
														305	23.05