

UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA LA MOLINA

FACULTAD DE ECONOMÍA Y PLANIFICACIÓN



**“EFECTO MULTIPLICADOR DE LA INVERSIÓN TOTAL MINERA
EN EL PERÚ”**

Presentado por:

CINDY SILVA VIVANCO

TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE:

ECONOMISTA

Lima, Perú

2019

**UNIVERSIDAD NACIONAL AGRARIA
LA MOLINA**

FACULTAD DE ECONOMÍA Y PLANIFICACIÓN

**“EFECTO MULTIPLICADOR DE LA INVERSIÓN MINERO
METÁLICA EN EL PERÚ”**

**PRESENTADO POR
CINDY SILVA VIVANCO**

**TESIS PARA OPTAR EL TÍTULO DE
ECONOMISTA**

SUSTENTADA Y APROBADA ANTE EL SIGUIENTE JURADO

.....
Dr. Luis Alberto Jiménez Díaz
Presidente

.....
Dr. Carlos Enrique Orihuela Romero
Asesor

.....
Dr. Waldemar Fernando Mercado Curi
Miembro

.....
Mg. Sc. Juan Felipe Magallanes Díaz
Miembro

Lima – Perú
2019

DEDICATORIA

A mi Nau chocolate

AGRADECIMIENTO

Quiero dedicar un especial agradecimiento a mi asesor Carlos Enrique Orihuela Romero, el apoyo incondicional y los consejos ofrecidos durante todo el proceso de elaboración del presente trabajo de investigación. Asimismo, el apoyo de Renato Salazar, José Nolasco, Nikita Céspedes y Carlos Palomares.

INDICE GENERAL

DEDICATORIA

AGRADECIMIENTO

RESUMEN

I. INTRODUCCION.....	1
1.1. JUSTIFICACION DE LA INVESTIGACION	3
1.2. OBJETIVOS	4
1.2.1. OBJETIVO PRINCIPAL	4
1.2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS	4
II. REVISION DE LITERATURA	5
2.1. ANTECEDENTES	5
2.2. MARCO TEORICO	8
2.2.1. MULTIPLICADORES ESTÁTICOS	9
2.2.2. MULTIPLICADORES DINÁMICOS	17
III. METODOLOGIA	20
3.1. HIPOTESIS	20
3.1.1. HIPOTESIS PRINCIPAL	20
3.1.2. HIPOTESIS ESPECIFICAS	20
3.2. TIPO DE INVESTIGACION.....	20
3.3. LIMITACIONES	21
3.4. IDENTIFICACION DE LAS VARIABLES.....	21
3.5. OBTENCIÓN DE VARIABLES IDENTIFICADAS.....	24
3.6. DISEÑO DE LA INVESTIGACION.....	26
3.6.1. IDENTIFICACION DEL MODELO	26
3.6.2. ESTIMACION DE LA FUNCION IMPULSO RESPUESTA	27
3.7. PROCEDIMIENTO.....	32
IV. RESULTADOS Y DISCUSIONES.....	38
V. CONCLUSIONES.....	47
VI. RECOMENDACIONES.....	48
VII. REFERENCIAS.....	49
VIII. ANEXOS	55

INDICE DE CUADROS

Cuadro 1: Multiplicadores de ingreso minero de la TIP por año	6
Cuadro 2: Multiplicadores de exportaciones mineras de la TIP por año	7
Cuadro 3: Tabla Insumo Producto (TIP).....	11
Cuadro 4: Tabla Insumo Producto ampliada (TIP ampliada).....	13
Cuadro 5: Estimación de la Función Impulso Respuesta Acumulada	32
Cuadro 6: Pruebas de raíz unitaria según tipo y según variable en niveles	38
Cuadro 7: Pruebas de raíz unitaria según tipo y según variable en diferencias	39
Cuadro 8: Pruebas de selección de rezagos.....	40
Cuadro 9: Prueba de cointegración de Johansen	41
Cuadro 10: Prueba de causalidad Granger	42
Cuadro 11: Descomposición de varianzas	43
Cuadro 12: Multiplicadores acumulados de la inversión total minera	44

INDICE DE ANEXOS

Anexo 1: Base de datos.....	55
Anexo 2: Resultados de las pruebas de estacionariedad de las variables en niveles	58
Anexo 3 : Resultados de las pruebas de estacionariedad para variables en primeras diferencias	60
Anexo 4: Resultados de prueba de selección de rezagos	62
Anexo 5: Resultados de prueba de cointegracion	63
Anexo 6 : Resultados de Modelo Vectores Autoregresivos.....	64
Anexo 7: Prueba de causalidad	66
Anexo 8: Prueba de estabilidad.....	66
Anexo 9: Prueba de autocorrelacion.....	67
Anexo 10: Prueba de normalidad	68
Anexo 11: Descomposición de varianzas	69
Anexo 12: Matriz de varianzas y covarianzas	70
Anexo 13: Multiplicadores de la inversión total minera	70

RESUMEN

La presente investigación tiene como objetivo calcular el multiplicador dinámico acumulado de la inversión total minera sobre el crecimiento económico peruano usando información trimestral del periodo 2000-2017. Para ello se empleó el Modelo de Vectores Autorregresivos (VAR) para estimar la Función Impulso Respuesta (FIR) de donde se obtienen multiplicadores dinámicos acumulados a partir del año 2018. El resultado fue comparado con el multiplicador estático de la inversión total minera calculados por CEPLAN (2011) para el año 2010, el cual oscila entre 0.66-0.70. Se encontró que el multiplicador dinámico acumulado de la inversión total minera es 0.68 y tiene una duración de 5 años.

Palabras claves: Inversión total minera, Multiplicadores dinámicos, Vectores Autorregresivos, Función Impulso respuesta.

ABSTRACT

This research aims to calculate the accumulated dynamic multiplier of total investment in mining on Peruvian economic growth using quarterly data from 2000 to 2017. For this, the Vector Autoregressive Model (VAR) was used to estimate the Impulse Response Function (FIR) from which accumulated dynamic multipliers are obtained from the year 2018. The result was compared with the static multipliers of the total mining investment calculated by CEPLAN (2011) for the year 2010, which ranges between 0.66 and 0.70. It was found that the accumulated dynamic multiplier of total mining investment is 0.68 and lasts for 5 years.

Keywords: Total Mining Investment, Dynamic Multipliers, Vector Autoregression, Impulse Response Function.

I. INTRODUCCION

La importancia del sector minero en el Perú se explica por su contribución macroeconómica, durante el periodo 2009-2017 su aporte al Productor Interno Bruto Total (PIB) representó -en promedio- el 12.9 por ciento (BCRP, 2018). Al cierre del año 2017, las exportaciones mineras fueron 44,918 millones de dólares siendo equivalente al 61.8 por ciento del total de exportaciones nacionales (MINEM, 2017). Asimismo, el nivel de empleo promedio generado por este sector en el año 2017 fue 1.4 millones, lo que representa el 8.1 por ciento de la PEA (población económicamente activa) ocupada nacional, de los cuales 1.19 millones fueron empleos indirectos y 0.19 millones empleos directos (MINEM, 2017).

Por otro lado, el aporte de las inversiones extranjeras al sector minero fue de 21.9 por ciento en relación con la inversión extranjera total del país (PROINVERSION, 2017). De igual forma cabe resaltar que las inversiones mineras totales en el año 2017 sumaron 4,921 millones de dólares que representaron un incremento del 15.74 por ciento respecto del año anterior, este monto representa el 24.4 por ciento del total invertido en el Perú en el año 2017 (MINEM, 2017).

Dada la significativa importancia de estos indicadores macroeconómicos del sector minero, ha sido de interés en la literatura local cuantificar otros impactos del sector en la sociedad. Estudios como Lindley y Paredes. (2004), Aragon y Rud. (2009), Zegarra et al. (2007), IPE (2012), SNMPE (2012), Tello (2016), IPE (2017) han evaluado efectos positivos del sector, ya sea mediante regalías, canon minero, recaudación fiscal y otros relacionados a su contribución macroeconómica. Otro grupo de estudios han abordado aspectos negativos, tales como degradación ambiental y depreciación natural (Orihuela y Ponce, 2004; Figueroa et al., 2010; Herrera y Millones, 2011; Orihuela, 2014; Del Pozo y Paucarmayta, 2015).

Un tema particularmente relevante del sector minero peruano es su contribución al crecimiento del PIB. Esta contribución es generalmente llamada *efecto multiplicador*. La Tabla Insumo Producto (TIP) elaborada periódicamente por el Instituto Nacional de Estadística e Informática (INEI)- calcula este efecto para los sectores productivos de la economía, el cual explica el impacto de la expansión de cada sector y los efectos directos, indirectos e inducidos ante una variación de la demanda final. La TIP permite generar el efecto multiplicador principalmente desde tres aristas: producción, empleo e ingreso.

Dado que la TIP asume una estructura productiva estática de la economía, los multiplicadores solo serían válidos para los años en que fueron calculados (INEI, 2001). Puesto que, las últimas TIPs construidas fueron para el año 1994 y 2007, sería cuestionable su uso para un periodo posterior, sobre todo para el caso del sector minero cuyo desempeño depende en gran medida del precio de los commodities. Existen modelos econométricos que estiman multiplicadores *dinámicos*, cuya ventaja radica determinar la duración del efecto multiplicador. Una aplicación al caso de la inversión minera permitiría conocer -en promedio- cuantos años dura el efecto y en cuanto cambia el PIB total por año. Esto es relevante ya que muchas veces se requiere evaluar *a priori* la importancia de un proyecto minero según las inversiones que se realizará en el país.¹

Puesto que el multiplicador de la inversión total minera calculado por CEPLAN (2011) solo mide el efecto que genera en el PIB total durante un año, es de esperar que el multiplicador dinámico brinde una cifra mayor de este efecto. Esta hipótesis se apoya en el significativo y creciente eslabonamiento de la actividad minera con el resto de la economía (IPE, 2017). Sin embargo, esto es discutible ya que estos eslabonamientos hacia delante son limitados puesto que la mayor parte de la producción minera es exportada (Torres, 2000). Por último, aun cuando tales eslabonamientos sean crecientes, si el peso específico sectorial se reduce (por ejemplo, como consecuencia de la aparición de otros sectores) entonces la importancia relativa sectorial (por ende, su multiplicador de la inversión) podría haberse reducido.

¹ Los Estudios de Impacto Ambiental del sector minero incluyen un Análisis Beneficio Costo Ambiental, el cual generalmente requiere evaluar el efecto económico del proyecto sobre la sociedad local.

Esto conlleva a la pregunta de investigación: ¿El multiplicador dinámico acumulado de la inversión minera a partir del año 2018 es mayor al multiplicador calculado por CEPLAN en el año 2010? Esta es la pregunta central de la presente investigación. Para responderla, se propone estimar multiplicadores dinámicos de la inversión minera peruana a partir de la construcción de una función impulso-respuesta (FIR) basada en el modelo VAR.

La justificación y los objetivos de la investigación se establecen formalmente en esta sección. En el capítulo II se revisan los estudios locales sobre el multiplicador minero. En el capítulo III, se establecen las hipótesis y se describe la metodología econométrica para estimar los multiplicadores, enfatizando el procedimiento para evaluar el modelo econométrico planteado. En el capítulo IV se explican los resultados y discusiones obtenidas. Finalmente, en el capítulo V y VI se señalan las conclusiones y recomendaciones, respectivamente.

1.1. JUSTIFICACION DE LA INVESTIGACION

El multiplicador de la inversión del sector minero peruano solo ha sido estimado a partir de un modelo estático mediante la Tabla Insumo Producto (TIP), construyéndose la última versión en el año 2007. Utilizarlo para proyecciones a partir del año 2019 podría conllevar a estimaciones erróneas ya que la estructura productiva no necesariamente es similar al año 2007. De esta forma, el presente estudio propone estimar un efecto multiplicador dinámico *actualizado* (mediante la aplicación de un modelo VAR) como contribución a la literatura económica, más aún cuando se trata quizá del sector emblemático de la economía peruana.

Conocer este efecto multiplicador será útil, por ejemplo, para la valoración económica de impactos ambientales de los proyectos del sector minero, la cual exige la elaboración de un Análisis Beneficio Costo (SENACE, 2015)², en donde se comparan básicamente el valor económico de los impactos negativos (externalidades negativas) e impactos positivos del sector minero (externalidades positivas, siendo el efecto multiplicador de la inversión minera total una forma de medir este efecto en la economía nacional).

² <http://www.elperuano.com.pe/normaselperuano/2015/11/26/1316356-1.html>

1.2. OBJETIVOS

1.2.1. OBJETIVO PRINCIPAL

- Estimar el multiplicador dinámico acumulado de la inversión total minera a partir del año 2018 sobre el crecimiento económico del Perú mediante la FIR usando información del periodo trimestral 2000 - 2017.

1.2.2. OBJETIVOS ESPECIFICOS

- Evaluar si existe una relación de cointegración entre la inversión total minera y el crecimiento económico usando data del periodo trimestral 2000 - 2017.
- Determinar la relación de causalidad de la inversión total minera y el crecimiento económico usando data del periodo trimestral 2000 - 2017.

II. REVISION DE LITERATURA

2.1. ANTECEDENTES

Torres (1978) calculó los multiplicadores agregados de la inversión y de diversos sectores de la economía peruana, usando los coeficientes técnicos derivados de la TIP de 40 sectores productivos. La TIP fue elaborada por el Instituto Nacional de Planificación (INP) en el año 1969. Para este año, el multiplicador del ingreso del sector minero fue 1.82.

Torres (1998) determinó los multiplicadores sectoriales y agregados del ingreso de la economía peruana utilizando la TIP construida por el INEI para el año 1990, el cual contenía 45 sectores productivos, encontrando que el multiplicador de ingreso del sector minero fue 2.64 en ese año.

INEI (2001) elaboró el conjunto de multiplicadores de la economía peruana para evaluar la importancia relativa de los sectores económicos mediante la construcción de la TIP para el año 1994 conformada por 45 sectores productivos. El multiplicador del ingreso del sector minero fue 2.22 en ese año.

CEPLAN (2011) realizó una investigación sobre los impactos que genera la ejecución de proyectos mineros sobre la economía peruana mediante el uso de la TIP elaborada por el INEI compuesta por 55 sectores productivo para el año 2007. Obteniendo los multiplicadores del ingreso Tipo I y II del sector minero para el año 2010, los cuales fueron 0.87 y 1.68³, respectivamente.

³ Los tipos de multiplicadores son explicados en la sección de multiplicadores estáticos

Tello (2016) calcula los multiplicadores sectoriales de la economía peruana para el año 2014, a partir de la TIP elaborada por el INEI para el año 2007, ampliándola a 101 sectores productivos. El autor obtiene que los multiplicadores de ingreso Tipo I y II de los productos mineros fueron 0.95 y 1.53, respectivamente.

Se constata que no hay una tendencia clara en la evolución de estos multiplicadores con relación a la fracción del PIB minero con respecto al PIB total (Cuadro 1). Presumiblemente, coyunturas económicas fugaces, incremento del número de sectores productivos o mayores/menores eslabonamientos hayan incidido significativamente en el periodo 1969-2014.

Cuadro 1: Multiplicadores de ingreso minero de la TIP por año

Año	Cifra	PIB minero/ PIB total (%)^a	Fuente
1969	1.86	12.22	Torres (1978)
1990	2.64	13.18	Torres (1998)
1994	2.22	12.03	INEI (2001)
2010	1.68 ^b	14.36	CEPLAN (2011)
2014	1.53 ^b	13.82	Tello (2016)

FUENTE: ^a BCRP (2019), PIB por sectores. Disponible en:

<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/mensuales/pbi-por-sectores;>

<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/trimestrales/pbi-gasto>

Torres (1978), Torres (1998), INEI (2001), CEPLAN (2011), Tello (2016).

^b Se compara con el multiplicador Tipo II debido a que recoge los efectos directos, indirectos e inducidos por el sector.

Otro de los multiplicadores del sector minero es el multiplicador de exportaciones, el cual se refiere al nivel de incremento del PIB total ante el incremento de las exportaciones sectoriales. Estos multiplicadores fueron construidos por INEI a partir de las TIPs de los años 1994 y 2007.

A partir de la TIP del año 2007, CEPLAN (2011) calculó que el multiplicador de exportaciones mineras para los megaproyectos mineros Tomorocho, Las Bambas, la Granja, Tía María, Antappacay, la ampliación de la mina Marcona y Minas Conga cuya cifra fue 1.68. La SNMPE (2012) determinó este multiplicador en 2.01. IPE (2012) estima los multiplicadores del año 1994

y 2007 en 1.39 y 1.47, respectivamente. Para IPE (2017) este multiplicador fue 1.2 para el año 2012.

Cuadro 2: Multiplicadores de exportaciones mineras de la TIP por año

Año	Cifra	PIB minero/ PIB total (%)^a	Fuente
1994	1.39	12.03	IPE (2012)
2007	1.47	14.35	IPE (2012)
2010	1.68	13.26	CEPLAN (2011)
2011	2.01	12.54	SNMPE (2012)
2012	1.20	12.17	IPE (2017)

FUENTE: ^a BCRP (2019), PIB por sectores. Disponible en:

<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/mensuales/pbi-por-sectores;>

<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/trimestrales/pbi-gasto>

IPE (2012), CEPLAN (2011), SNMPE (2012), IPE (2017).

Similar al caso de los multiplicadores del ingreso minero, tampoco hay una tendencia clara de la evolución de los multiplicadores de las exportaciones mineras con respecto a la fracción del PIB minero como parte del PIB total. La volatilidad de los precios internacionales de los principales metales comerciales podría, en parte, explicar la variación en las cifras de estos multiplicadores durante el periodo en análisis.

Multiplicadores de la inversión minera peruana

Hasta donde se conoce, los únicos multiplicadores de la inversión minera fueron estimados por CEPLAN (2011) a partir de los multiplicadores (estáticos) sectoriales de la TIP del año 2007 utilizando 55 sectores productivos. Estos multiplicadores fueron 0.64 y 0.70 los cuales fueron aplicados a contextos hipotéticos de diversos megaproyectos mineros. Dado que estas cifras fueron calculadas a partir de la TIP 2007, sería cuestionable aplicarlas a un contexto del año 2019 o posterior.

Multiplicadores *dinámicos* de largo plazo han sido aplicados a la inversión local, pero de la infraestructura pública sobre el PIB total. Ejemplos son los estudios de ESAN (2010) y Mayuri

(2015) quienes emplearon el Modelo de Vectores de Corrección de Errores (VECM) y Vectores Autorregresivos (VAR)/Función Impulso Respuesta (FIR), respectivamente.

2.2. MARCO TEORICO

La representación macroeconómica de los multiplicadores de inversión se obtiene mediante el modelo Keynesiano, el cual se explica a continuación:

Multiplicador de la inversión Keynesiana

Los multiplicadores del ingreso agregado o Producto Interno Bruto (PIB) se pueden determinar a partir del modelo Keynesiano mediante la técnica de estática comparativa (Dowling, 2012), que aplica la derivación parcial de las variables del modelo, la cual cuantifica el cambio en el nivel de equilibrio de una variable endógena ante el cambio en otras variables ya sea endógena, exógena o parámetros.

El modelo Keynesiano de la determinación del ingreso agregado generalmente se expresa en cuatro sectores económicos agregados, donde el PIB (\bar{Y}), es igual a la suma del consumo agregado (C_n), la inversión agregada (Inv), el gasto público (G_p) y la diferencia entre exportaciones (Exp) e importaciones (Imp):

$$\bar{Y}=C_n+Inv+G_p+(Exp-Imp) \quad (1)$$

Además, se asume que el consumo agregado tiene un componente autónomo (C_{n_0}) y tiene un componente que está en función del ingreso ($\phi\bar{Y}$), donde ϕ se denomina la propensión marginal a consumir. Asimismo, la inversión agregada tiene un componente autónomo (Inv_0) y a su vez están en función del ingreso ($\gamma\bar{Y}$) donde γ es denominado la propensión marginal a invertir. Por consiguiente, los cuatro sectores agregados de la economía se expresan de la siguiente forma:

$$C_n = C_{n_0} + \phi \bar{Y} \quad \text{Inv} = \text{Inv}_0 + \gamma \bar{Y} \quad G_p = G_{p_0} \quad \text{Exp} = \text{Exp}_0 \quad \text{Imp} = \text{Imp}_0 \quad (2)$$

Reemplazando las fórmulas de (2) en (1) se obtiene:

$$\bar{Y} = C_{n_0} + \phi \bar{Y} + \text{Inv}_0 + \gamma \bar{Y} + G_{p_0} + \text{Exp}_0 + \text{Imp}_0$$

Resolviendo, se obtiene el ingreso de equilibrio, \bar{Y} :

$$\bar{Y} - \phi \bar{Y} - \gamma \bar{Y} = C_{n_0} + \text{Inv}_0 + G_{p_0} + \text{Exp}_0 + \text{Imp}_0$$

$$\bar{Y}(1 - \phi - \gamma) = C_{n_0} + \text{Inv}_0 + G_{p_0} + \text{Exp}_0 + \text{Imp}_0$$

$$\bar{Y} = \frac{1}{1 - \phi - \gamma} (C_{n_0} + \text{Inv}_0 + G_{p_0} + \text{Exp}_0 + \text{Imp}_0) \quad (3)$$

Tomando la derivada parcial de la expresión (3) con respecto a la inversión autónoma, resulta el multiplicador de la inversión autónoma agregada:

$$\frac{\partial \bar{Y}}{\partial \text{Inv}_0} = \frac{1}{1 - \phi - \gamma} \quad (4)$$

Por lo tanto, el término $(1/1 - \phi - \gamma)$, es denominado el multiplicador autónomo de la inversión agregada de tipo keynesiano, el cual está en función de las propensiones marginales de consumo y de la inversión, y mide el efecto multiplicador que cada unidad de inversión autónoma tiene sobre el nivel de equilibrio del ingreso. Este multiplicador de la inversión se puede obtener mediante la aplicación de modelos estáticos o dinámicos.

2.2.1. MULTIPLICADORES ESTÁTICOS

Un multiplicador puede obtenerse a partir de la técnica de estática comparativa, lo cual es útil para comparar dos puntos de equilibrio entre una variable endógena y exógena, es decir, se

evalúa como cambia la variable endógena ante un cambio en una variable exógena. Estos modelos se utilizan cuando se emplea data de corte transversal y se pueden estimar a partir de la aplicación de modelos econométricos estáticos.

Sea la función $G=f(M_1, M_2, \dots)$; donde G es la variables endógena y $M_1, M_2 \dots$ son las variables exógenas.

Entonces, el multiplicador en este modelo sería equivalente a la derivada parcial de la variable G con respecto M_1 , manteniendo constantes las demás variables exógenas. Formalmente: $\partial G / \partial M_1 (\bar{M}_2, \dots)$.

a) Tabla Insumo Producto (TIP)

Otra forma de calcular multiplicadores estáticos es mediante la TIP, la cual es un conjunto integrado de matrices simétricas que muestra el equilibrio entre la oferta y la demanda final de bienes y servicios en una economía en un periodo de tiempo, estas matrices brindan un análisis detallado del proceso de producción de bienes y servicios en el país y de los ingresos obtenidos de dicha producción a nivel sectorial. Esta información permite identificar relaciones de eslabonamientos y las interdependencias entre la demanda final y todas las fuentes de oferta en todos los sectores de la economía. Además, permite medir el impacto que un incremento de demanda final de un sector tendrá sobre la actividad económica agregada.

La TIP está compuesta por tres matrices básicas. La matriz R de transacciones intermedias, que es un cuadro de doble entrada donde cada sector productivo está colocado en el mismo orden, tanto en filas como en columnas, es decir r_{ij} indica la cantidad de input del sector i comprada o consumida por el sector j . La matriz VAB contiene los valores agregados bruto de precios de mercado vab_j de cada sector j : y la matriz DF que recogerá todas las demandas finales, las cuales se descomponen en consumo (c_i), gasto público (g_i), inversión (k_i), variación de inventarios (vi_i) y la exportación de bienes y servicios (bs_i) en cada sector i . Se resalta que la TIP abierta supone que todas las variables de demanda final son exógenas (Cuadro 3).

Cuadro 3: Tabla Insumo Producto (TIP)

r_{11}	r_{12}	...	r_{1n}	c_1	g_1	k_1	vi_1	bs_1	vbp_1
r_{21}	r_{22}	...	r_{2n}	c_2	g_2	k_2	vi_2	bs_2	vbp_2
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots						
r_{n1}	r_{n2}	...	r_{nn}	c_n	g_n	k_n	vi_n	bs_n	vbp_n
vab_1	vab_2	...	vab_n						
vbp_1	vbp_2	...	vbp_n						

FUENTE: CEPLAN (2011)

donde:

$$R = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix}; R = [r_{ij}] \quad i, j=1,2,\dots,n;$$

$$DF = \begin{bmatrix} c_1 & g_1 & k_1 & vi_1 & bs_1 \\ c_2 & g_2 & k_2 & vi_2 & bs_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ c_n & g_n & k_n & vi_n & bs_n \end{bmatrix}; DF = [df_i] \quad i=1,2,\dots,n$$

$$VAB = [vab_1 \quad vab_2 \quad \dots \quad vab_n]; \quad VAB = [vab_j] \quad j=1,2,\dots,n$$

$$VBP = \begin{bmatrix} vbp_1 \\ vbp_2 \\ \vdots \\ vbp_n \end{bmatrix} = [VBP_i] \quad j=1,2,\dots,n$$

donde vbp_j es el valor bruto de producción, y se obtiene de la suma entre la cantidad de inputs r_{ij} de cada sector i utilizada por el sector j para generar un nivel de output y el valor agregado bruto a precios de mercado que utiliza el sector j vab_j o la demanda final df_i del sector i .

$$vbp_j = vab_j + r_{1j} + r_{2j} + \dots + r_{nj}$$

$$vbp_i = df_i + r_{1j} + r_{2j} + \dots + r_{nj} \quad (5)$$

La expresión (5) se puede denotar de la siguiente forma matricial:

$$\begin{bmatrix} vbp_1 \\ vbp_2 \\ \vdots \\ vbp_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} df_1 \\ df_2 \\ \vdots \\ df_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ r_{21} & r_{22} & \dots & r_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1} & r_{n2} & \dots & r_{nn} \end{bmatrix} \quad (6)$$

Por otro lado, la matriz R^* se define como la matriz interrelaciones intersectoriales o de coeficientes técnicos, y se obtiene a partir de la división entre los coeficientes r_{ij} y el valor bruto de producción de cada sector j vbp_j , esta relación indica la cantidad de inputs i necesarias para obtener un nivel de output en el sector j , la cual se expresa de la siguiente forma:

$$R^* = [r_{ij}^*] \quad r_{ij}^* = \frac{r_{ij}}{vbp_j} \quad i, j=1, 2, \dots, n$$

Para hallar los multiplicadores de la TIP se debe denotar la expresión matricial (6) en términos de la matriz R^* , ya que se supone que sus coeficientes no varían durante un cierto periodo de tiempo:

$$\begin{bmatrix} vbp_1 \\ vbp_2 \\ \vdots \\ vbp_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} df_1 \\ df_2 \\ \vdots \\ df_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} r_{11}^* & r_{12}^* & \dots & r_{1n}^* \\ r_{21}^* & r_{22}^* & \dots & r_{2n}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ r_{n1}^* & r_{n2}^* & \dots & r_{nn}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} vbp_1 \\ vbp_2 \\ \vdots \\ vbp_n \end{bmatrix}$$

De forma simplificada:

$$VBP = DF + R^* VBP$$

Resolviendo para VBP:

$$VBP-R^* \times VBP=DF \qquad VBP \times (I-R^*)=DF \qquad VBP=(I-R^*)^{-1} \times DF$$

$$(I-R^*)^{-1}=H, \text{ I= matriz identidad}$$

$$VBP=H \times DF$$

En donde la expresión $(I-R^*)^{-1}$ se denomina la matriz de Leontief, la cual se denota como H, donde cada coeficiente h_{ij} indica los consumos totales, directos e indirectos de inputs i para obtener una unidad de demanda final en algún sector j.

$$H = \begin{bmatrix} h_{11} & h_{12} & \dots & h_{1n} \\ h_{21} & h_{22} & \dots & h_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n1} & h_{n2} & \dots & h_{nn} \end{bmatrix} = [h_{ij}] \quad i, j=1,2,\dots,n$$

Por otro lado, se puede representar la TIP Ampliada o de modelo cerrado, el cual supone que parte de los componentes de la demanda final son endógenas. Esta matriz incorpora las economías domésticas como fila y columna n +1 (Cuadro 4).

Cuadro 4: Tabla Insumo Producto ampliada (TIP ampliada)

r_{11}	r_{12}	...	r_{1n+1}	df_1	vbp_1
r_{21}	r_{22}	...	r_{2n+1}	df_2	vbp_2
\vdots	\vdots	\ddots	\vdots	\vdots	\vdots
$r_{n+1,1}$	$r_{n+1,2}$...	$r_{n+1,n+1}$	df_n	vbp_n
vab_1	vab_2	...	vab_{n+1}		
vbp_1	vbp_2	...	vbp_{n+1}		

FUENTE: CEPLAN (2011)

$$R = [r_{n+1, n+1}] \quad i, j=1,2,\dots, n+1$$

$$DF = [df_i] \quad i=1,2,\dots,n+1$$

$$VAB = [vab_j] \quad j=1,2,\dots,n+1$$

$$VBP = [vbp_j] = [vbp_i] \quad i, j=1,2,\dots,n+1$$

$$R^{**} = [r_{ij}^{**}] \quad r_{ij}^{**} = \frac{r_{ij}}{vbp_j} \quad i, j=1,2,\dots,n+1$$

Por lo tanto, al aumentar la fila y columna n+1 la matriz obtenida de expresión (7) se denotaría $H^* = (I - R^{**})^{-1}$, por lo que los coeficientes técnicos se expresan como h_{ij}^* .

$$H^* = \begin{bmatrix} h_{11}^* & h_{12}^* & \dots & h_{1,n+1}^* \\ h_{21}^* & h_{22}^* & \dots & h_{2,n+1}^* \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ h_{n+1,1}^* & h_{n+1,2}^* & \dots & h_{n+1,n+1}^* \end{bmatrix} = [h_{ij}^*] \quad i, j=1,2,\dots,n+1$$

donde:

$h_{n+1,j}^*$: es la renta domestica total, directa e indirecta, generada al obtener una unidad final del sector j, para $j=1,2,3,\dots,n$

$h_{i,n+1}^*$: son las necesidades totales, directas e indirectas, de input i para obtener una unidad final del sector n+1, para $i=1,2,3,\dots,n$

$h_{n+1,n+1}^*$: es el consumo intrafamiliar

Del modelo de TIP abierta (Cuadro 3) y el modelo cerrado (Cuadro 4) se pueden obtener tres tipos de multiplicadores sectoriales:

- **Multiplicador de renta parcial o tipo I**

El multiplicador Tipo I para el sector j se denota como MI_j^I , el cual utiliza la TIP de modelo abierto (Cuadro 3). Se calcula como la sumatoria de la multiplicación entre los coeficientes h_{ij} de consumos directo e indirectos de inputs i del sector j por el ratio del valor agregado bruto a precios de mercado vab_j del sector j y el output total de la producción R_j del sector j , tal y como se denota en la expresión (8). Este multiplicador recoge los efectos directos e indirectos en el valor añadido neto al costo de los factores de una modificación de una unidad en la demanda final de un sector cualquiera.

$$MI_j^I = \sum_{i=1}^n h_{ij} \frac{vab_j}{R_j} \quad j=1,2,3,\dots,n \quad (8)$$

- **Multiplicador total o tipo II**

El multiplicador tipo II para el sector j se denota como MI_j^{II} , el cual utiliza la TIP ampliada (Cuadro 4). Es calculado como la suma de la renta domestica $h_{n+1,j}^*$ total, directa e indirecta, generada al obtener una unidad final del sector j y la sumatoria de la multiplicación entre los coeficientes h_{ij}^* de consumos directo e indirectos de inputs i del sector j por el ratio entre el $rvab_j$ y el output total de la producción R_j del sector j , tal y como se denota en la expresión (9), donde $rvab_j$ es el valor añadido neto que no incluye el valor de las economías domésticas del sector j . Este multiplicador recoge los efectos directos, indirectos e inducidos en el valor añadido neto al costo de los factores de una modificación de una unidad en la demanda final de un sector cualquiera.

$$MI_j^{II} = h_{n+1,j}^* + \sum_{i=1}^n h_{ij}^* \frac{rvab_j}{R_j} \quad j=1,2,3,\dots,n \quad (9)$$

- **Multiplicador tipo III**

Utiliza la TIP ampliada (Cuadro 4) por lo que recoge los efectos directos, indirectos e inducidos en el valor añadido neto al costo de los factores de una modificación de una unidad en la demanda final de un sector cualquiera y recoge los efectos per cápita y los efectos población en la demanda de consumo agregada.

Finalmente, la matriz de multiplicadores sectoriales se puede resumir de la siguiente forma MI_j^τ :

$$MI_j^\tau = [mi_1^\tau \quad mi_2^\tau \quad \dots \quad mi_n^\tau]; \quad MI = [mi_j^\tau] \quad j=1,2,\dots,n, \quad \tau=I, II, III$$

donde τ es el tipo de multiplicador que se quiere utilizar, Tipo I, II o III.

Estos multiplicadores sectoriales se utilizan para hallar los multiplicadores de los componentes de la demanda final, por lo que para hallar el multiplicador de la inversión sobre el PIB total se efectúa la multiplicación de la matriz de multiplicadores sectoriales MI_j^τ por la matriz de demandas finales cuando el componente inversión k_i en el sector i se incrementa $\Delta DF = \Delta k$, de la siguiente forma:

$$DF = \begin{bmatrix} k_1 \\ k_2 \\ \vdots \\ k_n \end{bmatrix} \quad \Delta DF = \begin{bmatrix} \Delta k_1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Por consiguiente, el multiplicador estático de la inversión a partir de la TIP se obtiene en la expresión (10) (CEPLAN, 2011):

$$\Delta PIB = MI_j^\tau * \Delta DF \tag{10}$$

2.2.2.MULTIPLICADORES DINÁMICOS

Un multiplicador también se puede obtener utilizando técnicas de dinámica comparativa, para evaluar la relación intertemporal entre variables, las cuales pueden ser endógenas, exógenas y rezagadas. Estos modelos se pueden estimar empleando data de series temporales. Estas relaciones se pueden describir mediante un sistema de ecuaciones estructurales capturadas en la siguiente forma matricial:

$$TX_t = U + D_1 X_{t-1} + D_2 X_{t-2} + \dots + D_p X_{t-p} + F_0 Z_t + F_1 Z_{t-1} + \dots + F_p Z_{t-p} + E_t$$

Donde:

X_t : vector de variables endógenas contemporáneas

$X_{t-1}, X_{t-2}, \dots, X_{t-p}$: Vectores de variables endógenas rezagadas

Z_t : vector de variables exógenas

$Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-p}$: Vectores de variables exógenas rezagadas

U : vector de coeficientes del intercepto

E_t : vector de las perturbaciones

T : matriz no singular de los coeficientes de las variables endógenas del periodo actual t

$D_1, D_2 \dots D_p$: matrices de coeficientes de variables rezagadas $m=1, 2, \dots, p$

F_0 : matrices de coeficientes de las variables exógenas del periodo actual

F_1, \dots, F_p : matrices de coeficientes de las variables exógenas rezagadas $m=1, 2, \dots, p$

Para obtener la forma reducida de la expresión, esta se multiplica por la inversa de la matriz T^{-1} , obteniéndose:

$$X_t = UT^{-1} + D_1 T^{-1} X_{t-1} + D_2 T^{-1} X_{t-2} + \dots + D_p T^{-1} X_{t-p} + F_0 T^{-1} Z_t + F_1 T^{-1} Z_{t-1} + \dots + F_p T^{-1} Z_{t-p} + E_t T^{-1}$$

Simplificándose de la siguiente forma:

$$X_t = U_0 + A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \dots + A_p X_{t-p} + F_0^* Z_t + F_1^* Z_{t-1} + \dots + F_p^* Z_{t-p} + W_t \quad (11)$$

donde:

$$U_0 = UT^{-1}, A_1 = D_1 T^{-1}, A_2 = D_2 T^{-1}, \dots, A_p = D_p T^{-1}, F_0^* = F_0 T^{-1} Z_t, F_1^* = F_1 T^{-1}, \dots, F_p^* = F_p T^{-1}, W_t = E_t T^{-1}$$

a) Modelo autorregresivo de retardos distribuidos (ARDL)

Mediante la expresión (11) se puede construir el modelo Autorregresivo de Retardos Distribuidos, del cual se obtiene los multiplicadores dinámicos que miden el efecto de cada variable exógena sobre la variable endógena. Por lo tanto, el multiplicador de impacto que es el efecto inmediato de la variable exógena sobre la variable endógena se obtendrá como; $\partial X_t / \partial Z_t = F_0^*$. Los multiplicadores intermedios se obtendrán; $\partial X_t / \partial Z_{t-1} = F_1^*$; $\partial X_t / \partial Z_{t-2} = F_2^*$; ...; $\partial X_t / \partial Z_{t-p} = F_p^*$. Entonces, el multiplicador acumulado o de largo plazo sería equivalente la siguiente sumatoria: $\sum_{i=0}^p F_i^* = F_0^* + F_1^* + \dots + F_p^*$.

b) Modelo de Vectores Autorregresivos (VAR)

Otra forma de obtener los multiplicadores dinámicos es mediante la FIR a partir el modelo VAR sin restricciones, el cual asume que las variables analizadas son endógenas, permitiendo capturar la dinámica de interrelaciones entre estas, sin necesidad de especificar el modelo econométrico estructural subyacente. Así, el modelo de la expresión (11) se puede resumir como (12):

$$X_t = U_0 + A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \dots + A_p X_{t-p} + F_0^* Z_{t-\bar{n}} + W_t \quad (12)$$

en donde se asume que el efecto de las variables exógenas es contemporáneo F_0^* . A esta expresión se le denomina forma estándar o forma reducida del modelo VAR.

En el siguiente capítulo se demostrará matemáticamente la FIR con las variables estimadas en este estudio y las pruebas que validen la confiabilidad de la aplicación del modelo VAR.

c) Modelo Vectores Autorregresivos Estructurales (SVAR)

Este modelo es una extensión del modelo VAR. La diferencia radica en que en este modelo se aplica restricciones sobre los errores de la expresión (12), los cuales se deben de obtener a partir de la teoría económica. Estas restricciones pueden ser identificadas mediante una prueba de causalidad de Granger entre las variables a fin de que alguna de las variables presente causalidad unidireccional, el cual significaría exogeneidad de una de las variables. De igual forma que el modelo VAR a partir de este modelo se puede estimar la FIR para obtener los multiplicadores. La ventaja de este modelo es que permite una mejor especificación de las variables y disminuye la inestabilidad de los coeficientes.

d) Modelo de Vectores de Corrección de Error (VECM)

Mediante el uso de este modelo se puede comprobar la relación de largo plazo de las variables. Para que se aplique este modelo multivariante las variables deben seguir un orden de cointegración (I) y en niveles se pueda llegar a una relación de largo plazo. A partir de este modelo se puede estimar el multiplicador de impacto de dos formas: mediante la estimación de la FIR o mediante la relación de causalidad de largo plazo. Para verificar que entre las variables sigan una relación de cointegración en el largo plazo, se realiza la prueba de Cointegración de Johansen, explicada en el siguiente capítulo en la sección de diseño de la investigación

III. METODOLOGIA

3.1. HIPOTESIS

3.1.1.HIPOTESIS PRINCIPAL

- El multiplicador dinámico acumulado de la inversión total minera a partir del año 2018 sobre el crecimiento económico peruano es mayor al multiplicador de la inversión minera determinado por CEPLAN para el año 2010.

3.1.2.HIPOTESIS ESPECIFICAS

- Existe una relación de cointegración entre la inversión total minera y el PIB total en el periodo 2000-2017.
- La relación de causalidad de la inversión total minera y el PIB total es bidireccional en el periodo 2000-2017.

3.2. TIPO DE INVESTIGACION

La investigación se define como no experimental, longitudinal. Es no experimental debido a que no se manipulan las variables de estudio, si no se analizan en su entorno natural, en donde se puede estudiar la relación de causalidad entre ellas y lo segundo es porque permite estudiar los efectos de las variables a través de un periodo de tiempo.

3.3. LIMITACIONES

Para el cálculo de un efecto multiplicador es ideal utilizar modelos (semi) estructurales que incorporen variables de diversos sectores productivos a fin de permitir evaluar de forma tanto conjunta como aislada los efectos acumulados de tales sectores en la economía. Esta investigación utiliza un modelo estructural basado en apenas dos variables endógenas, lo cual podría cuestionar sus resultados. Sin embargo, debe recalcar que no fue posible utilizar otras variables debido a problemas de correlación y violación de supuestos del modelo VAR.

Posibles soluciones a estas limitaciones pudieron ser incrementar la cantidad de observaciones y/o agregar variables que incorporen heterogeneidad en la muestra. En el primer caso, solo existe información anual de la inversión minera total para el periodo 1994-2017 (es decir, solo 24 observaciones), restringiendo el uso de un modelo VAR. Solo fue posible acceder a información trimestral para el periodo 2000-2017, lo cual minimiza el problema de la reducida data y fue la única forma de superar esta limitación. Respecto al segundo caso, no hay información disponible de inversiones por zonas o según otro criterio.

Es factible construir modelos (semi) estructurales que agrupen diversos sectores de la economía peruana, por ejemplo, para evaluar shocks externos (Nolazco et al., 2016), lo cual también permitiría evaluar el efecto de la inversión minera en el crecimiento económico. Sin embargo, a priori, no hay motivo alguno para esperar que un modelo (semi) estructural con más variables permita obtener diferencias significativas con respecto al resultado de esta tesis. Futuros estudios deberían evaluar estas opciones a fin de contrastar esta hipótesis.

3.4. IDENTIFICACION DE LAS VARIABLES

En el modelo VAR, el nexo entre la inversión total minera y el PIB puede ser explicado exógenamente por el índice de precios internacionales, y a su vez, endógenamente por las exportaciones mineras, la generación de empleo, ingresos tributarios, y sectores de construcción y manufactura (Torres, 2000; CEPLAN, 2011; SNMPE, 2012; IPE, 2012; Tello, 2016; IPE,

2017). Estas variables son consideradas endógenas debido a que son causadas por la inversión total minera y al mismo tiempo, contribuyen con el incremento del PIB total.

Sin embargo, al incluir tales variables en el modelo VAR -con excepción del índice de precios internacionales de los metales - no cumplieron con las pruebas de causalidad de Granger – postestimación del modelo VAR, prueba relevante que valida los resultados de la FIR. Mediante esta prueba se identificó que las exportaciones mineras, los ingresos tributarios, el empleo, los sectores de construcción y manufactura no causan ni bidireccional, ni unidireccionalmente a las variables de estudio, por lo que no son consideradas dentro del análisis de estudio. Así, solo el índice de precios internacionales de los minerales metálicos contribuyó a la causalidad entre las variables del estudio. Además, la inclusión de variables endógenas conllevó a que el modelo no sea estable.

Producto Interno Bruto

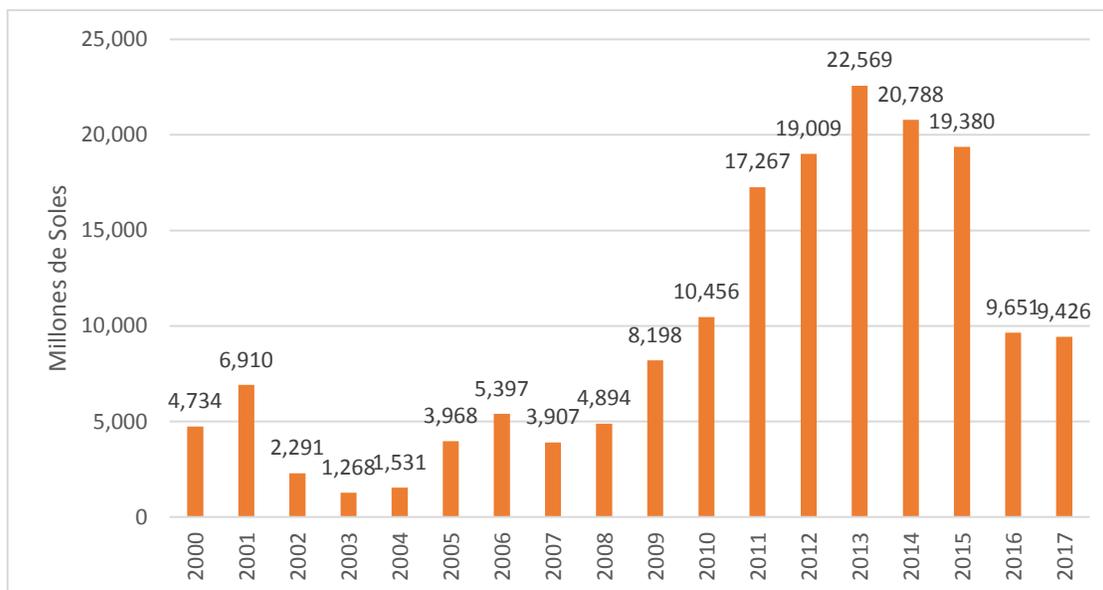
Esta variable se utiliza como indicador del crecimiento económico.

Inversión total minera

La inversión destinada al sector minero peruano durante el periodo del 2000 al 2017 presenta cierta volatilidad con tendencia relativamente creciente (Figura 1). Sin embargo, en los últimos años se puede visualizar una tendencia decreciente debido principalmente a la caída del nivel de las exploraciones mineras. Estas fluctuaciones de las inversiones son debido a que están sujetas a los precios internacionales de los minerales metálicos, los cuales a su vez depende a la incertidumbre de la demanda externa junto al indicador riesgo país, el cual en promedio en el Perú es bajo debido a los conflictos sociales y políticos transcurridos en los últimos años (OSINERGMIN, 2016).

-

Figura 1: Evolución de la inversión total minera para el periodo 2000-2017
(Millones de soles constantes 2007)

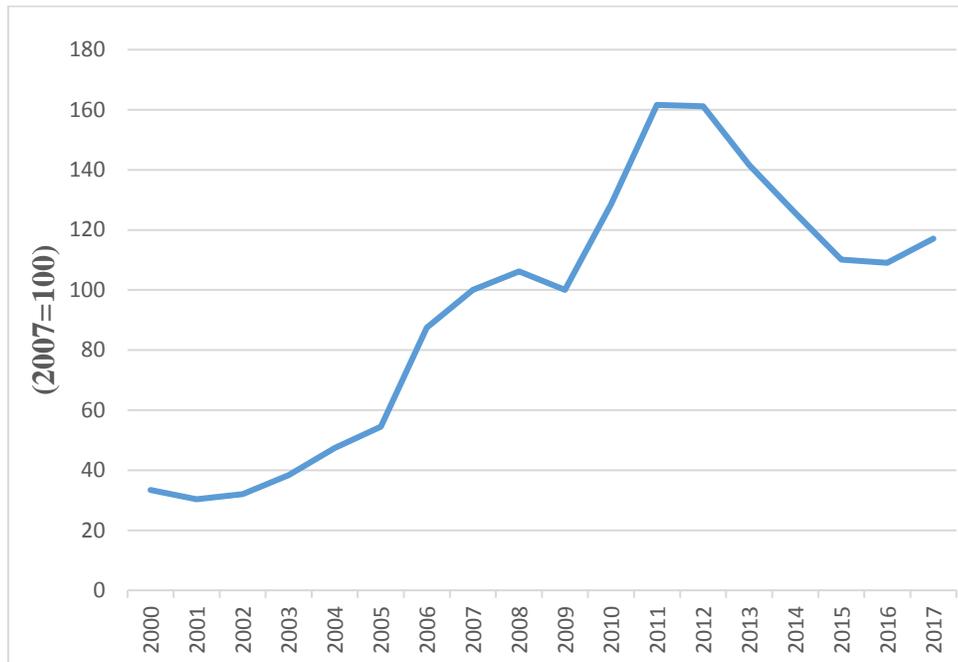


FUENTE: Elaboración propia, en base al MINEM (2019). A partir de la conversión de la serie a precios constantes del año 2007.

Índice de precios de los metales

El índice de precios de los metales presentó un incremento acelerado hasta el año 2012, periodo en el cual se dio el fin del boom de los commodities, explicado por la desaceleración de la economía de China y su cambio de estrategia de desarrollo basado en la demanda externa a uno impulsado por la demanda interna, interrumpido por periodos de escasez de los metales básicos debido al cierre de minas o interrupciones en la producción de las mismas (OSINERGMIN, 2016).

Figura 2: Índice de precios internacionales de los metales (2007=100)



FUENTE: Elaboración propia. A partir de la suma ponderada de las cotizaciones internacionales de los principales metales comerciales utilizando las series estadísticas del BCRP (2019).

3.5. OBTENCIÓN DE VARIABLES IDENTIFICADAS

Producto Interno Bruto (Y)

La información de esta variable fue obtenida del Banco Central de Reserva del Perú (BCRP) en soles constantes del año 2007 para el periodo trimestral 2000-2017 (Anexo 1).

Inversión total minera (K)

Esta variable fue la determinante para la elección del periodo de estudio, debido a que solo se pudo recopilar para el periodo trimestral del 2000-2017, información proporcionada por el Ministerio de Energía y Minas (MINEM) en dólares corrientes, los cuales fueron convertidos a soles corrientes y posteriormente, deflactados a soles constantes 2007 (Anexo 1).

Índice de precios de los metales (IP)

Esta variable no se encuentra disponible por lo que se puede construir a partir de la suma ponderada de las cotizaciones internacionales o de los precios implícitos⁴ de los principales metales comerciales: cobre, estaño, oro, plata, plomo y zinc, donde la ponderación equivale a la participación de cada metal en las exportaciones totales de metales según trimestre, posteriormente, esta variable se convierte en índices, estableciendo como año base el 2007 (Expresión, 14).

En esta investigación se utilizará las cotizaciones internacionales, ya que los agentes económicos toman decisiones según los precios establecidos por el mercado externo, antes de realizar la inversión en la actividad minera, y el precio implícito, es el precio que se obtiene luego de realizar la inversión.

La información de estas variables para la composición del índice de precios se obtuvo del BCRP (Anexo 1).

$$IP_t = \sum_{mn=1}^6 \theta_{mn,t} * pi_{mn,t} \quad (14)$$
$$\theta_{mn,t} = xp_{mn,t} / xpt_t$$

donde:

$\theta_{mn,t}$ = participación del metal (mn) en las exportaciones totales de metales en el periodo t.

$xp_{mn,t}$ = exportación del metal (mn) en el periodo t.

xpt_t = exportaciones totales de los metales en el periodo t.

$pi_{mn,t}$ = cotización internacional del metal en el periodo t.

⁴ El cálculo del precio implícito de un metal, es el ratio entre su valor FOB de exportaciones y su volumen exportado.

En este estudio se estimará la FIR a partir del modelo VAR en donde se establece como variables endógenas a la inversión total minera y el PIB total, y como variable exógena al índice de precios internacionales de los minerales metálicos. Por lo tanto, a partir de la descomposición de la expresión matricial (12) la relación explicada en el modelo VAR se puede denotar por las siguientes ecuaciones expresadas en forma funcional en la expresión (13) y que son descritas a continuación.

$$\begin{aligned} Y_t &= f(Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p}; K_{t-1}, \dots, K_{t-p}; IP_t) \\ K_t &= f(Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p}; K_{t-1}, \dots, K_{t-p}; IP_t) \end{aligned} \quad (13)$$

3.6. DISEÑO DE LA INVESTIGACION

3.6.1. IDENTIFICACION DEL MODELO

La literatura actual utiliza los modelos dinámicos SVAR y VECM. El primero requiere de un modelo económico que permita identificar las restricciones en el modelo VAR, sin embargo, la relación entre las variables explicada en la expresión (13) no conforma un modelo económico específico. Además, no es posible establecer restricciones sobre los parámetros de las dos variables resultantes de la expresión (13) ya que ambas son consideradas endógenas. Por otro lado, al aplicar la Prueba de Cointegración de Johansen no se encontró causalidad de largo plazo entre la inversión total minera y el PIB, requisito fundamental para aplicar el modelo VECM (Anexo 5).

Por lo tanto, en este estudio se utilizará el modelo VAR sin restricciones, el cual considera la endogeneidad entre variables, sin necesidad de especificar el modelo econométrico estructural subyacente. La utilidad de este modelo se justifica en que la economía peruana ha experimentado shocks que debilitan la capacidad explicativa y predictiva de las estructuras de un modelo económico (Olivas, 2000).

3.6.2. ESTIMACION DE LA FUNCION IMPULSO RESPUESTA

Utilizando la forma estándar o reducida del modelo VAR descrita en la expresión (12), la cual se puede descomponer en un sistema de ecuaciones lineales señaladas en la expresión (13), donde cada serie de tiempo o variable dependiente, Y_t y K_t , está en función de sus variables rezagadas Y_{t-1}, \dots, Y_{t-p} y K_{t-1}, \dots, K_{t-p} , y exógenamente explicada por IP_t con z rezagos.

$$\begin{aligned} Y_t &= u_1 + a_{111} Y_{t-1} + \dots + a_{11p} Y_{t-p} + a_{121} K_{t-1} + \dots + a_{12p} K_{t-p} + f_1^* IP_{t-\tilde{n}} + w_{1t} \\ K_t &= u_2 + a_{211} Y_{t-1} + \dots + a_{21p} Y_{t-p} + a_{221} K_{t-1} + \dots + a_{22p} K_{t-p} + f_2^* IP_{t-\tilde{n}} + w_{2t} \end{aligned} \quad (15)$$

Ordenando matricialmente la expresión (15) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ K_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{111} & a_{121} \\ a_{211} & a_{221} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ K_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{112} & a_{122} \\ a_{212} & a_{222} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-2} \\ K_{t-2} \end{bmatrix} + \dots + \begin{bmatrix} a_{11p} & a_{12p} \\ a_{21p} & a_{22p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Y_{t-p} \\ K_{t-p} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \end{bmatrix} [IP_{t-\tilde{n}}] + \begin{bmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{bmatrix}$$

donde:

$$\begin{aligned} X_t &= \begin{bmatrix} Y_t \\ K_t \end{bmatrix} = [x_{it}]; U = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = [u_i]; A_1 = \begin{bmatrix} a_{111} & a_{121} \\ a_{211} & a_{221} \end{bmatrix} = [a_1]; A_2 = \begin{bmatrix} a_{112} & a_{122} \\ a_{212} & a_{222} \end{bmatrix} = [a_2], \dots, \\ A_p &= \begin{bmatrix} a_{11p} & a_{12p} \\ a_{21p} & a_{22p} \end{bmatrix} = [a_p]; X_{t-1} = \begin{bmatrix} Y_{t-1} \\ K_{t-1} \end{bmatrix} = [x_{j,t-1}]; X_{t-2} = \begin{bmatrix} Y_{t-2} \\ K_{t-2} \end{bmatrix} = [x_{j,t-2}], \dots, X_{t-p} = \begin{bmatrix} Y_{t-p} \\ K_{t-p} \end{bmatrix} = [x_{j,t-p}]; \\ F_0^* &= \begin{bmatrix} f_1^* \\ f_2^* \end{bmatrix}; W_t = \begin{bmatrix} w_{1t} \\ w_{2t} \end{bmatrix} = [w_{jt}] \end{aligned}$$

$i = 1, 2$: representa el número de variable dependiente

$j = 1, 2$: representa el número de variable independiente

$m = 1, 2, \dots, p$: representa el número de rezagos

x_{it} : representa la i -ésima variable dependiente en el tiempo t ,

$x_{jt-1}, x_{jt-2}, \dots, x_{jt-p}$: representan las i -ésimas variables independiente en los tiempos $t-1, t-2, \dots, t-p$

$IP_{t-\tilde{n}}$: representa a la variable exógena, rezagada z periodos.

u_i : es el intercepto en i -ésima variable dependiente

a_1, a_2, \dots, a_p : representan los parámetros de las variables independientes con 1,2... p rezagos.

f_1^*, f_2^* : representan los parámetros de la variable exógena en la ecuación de la i-esima variable dependiente

w_{it} : es la perturbación de la i-esima variable independiente, la cual se encuentra idéntica e independientemente distribuida con media 0 y varianza σ_w^2 , $w_{it} \sim \text{IID}(0, \sigma_w^2)$. O bien, se puede representar de forma simplificada como:

$$X_t = U + A_1 X_{t-1} + A_2 X_{t-2} + \dots + A_p X_{t-p} + W_t \quad (16)$$

El operador rezago se representa con el símbolo L, el cual es aplicado para desfazar p periodos el valor de la serie matricial X_t . Es decir:

$$\begin{aligned} LX_t &= X_{t-1} \\ L^2 X_t &= X_{t-2} \\ &\vdots \\ L^p X_t &= X_{t-p} \end{aligned}$$

por lo tanto, reemplazando estos rezagos en la expresión (15) se obtiene:

$$X_t = U + A_1 LX_t + A_2 L^2 X_t + \dots + A_p L^p X_t + W_t \quad (17)$$

Simplificando la expresión (17):

$$X_t(I - A_1 L - A_2 L^2 - \dots - A_p L^p) = U + W_t \quad (18)$$

donde $A(L)$ es el polinomio autorregresivo de orden p:

$$A(L) = (I - A_1 L - A_2 L^2 - \dots - A_p L^p)$$

A partir de esta denotación $A(L)$, la expresión (18) se puede representarse de la siguiente forma:

$$A(L)X_t = U + W_t$$

$$X_t = A(L)^{-1}U + A(L)^{-1}W_t \quad (19)$$

La expresión (19) se simplifica de la siguiente forma:

$$X_t = U_x + \sum_{s=0}^{\infty} B_s L^s W_{t-s} \quad (20)$$

donde:

$$F_x = A(L)^{-1}F_0^*$$

$U_x = A(L)^{-1}U$: es la matriz de intercepto.

$\sum_{s=0}^{\infty} B_s L^s = B(L) = B_0 + B_1 L + B_2 L^2 + \dots = A(L)^{-1}$; $s = 0, 1, 2, \dots, \infty$ es la inversa del polinomio autorregresivo de orden p , el cual se expresa en un polinomio de orden infinito $B(L)$, en el que sus parámetros B_0, B_1, B_2, \dots , satisfacen la condición $\sum_{s=0}^{\infty} |B_s| < \infty$, que es suficiente para que la matriz X_t en la expresión (20) sea estacionaria, establecida por el Teorema de Wold (Mauricio, 2007).

$W_{t-s} \sim \text{IID}(0, \Phi_Q)$: es la perturbación que se encuentra idéntica e independientemente distribuida con media 0 y varianzas-covarianzas Φ_Q . La matriz Φ_Q es definida positiva, la cual demuestra un problema de autocorrelación contemporánea entre los errores recogidos en la matriz W_{t-s} en la expresión (19). Para su corrección, la matriz Φ_Q puede descomponerse mediante la factorización de Cholesky (Enders, 2014) de manera que se obtiene Q que es una matriz triangular inferior:

$$\Phi_Q = QQ^{-1} \quad (21)$$

$$Q^{-1}\phi_Q Q^{-1}=I$$

La expresión (20) se multiplica por la descomposición de ϕ_Q en la expresión (21):

$$X_t=U_x+\sum_{s=0}^{\infty} B_s L^s Q Q^{-1} W_{t-s}$$

Entonces, estableciendo $B_s L^s Q=B_s^*$ y $Q^{-1} W_{t-s}=W_{t-s}^*$, se obtiene:

$$X_t=U_x+\sum_{s=0}^{\infty} B_s^* W_{t-s}^* \quad (22)$$

De manera que en la expresión (22) las perturbaciones, $W_{t-s}^* \sim \text{IID}(0, I)$ rezagadas en s periodos, son ortogonales entre sí, con media 0 y la matriz de varianzas es una matriz identidad. Mediante esta descomposición se cumple con el supuesto de no autocorrelación entre perturbaciones del sistema de ecuaciones de la expresión (15).

La expresión (22) se denota matricialmente de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} Y_t \\ K_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \end{bmatrix} + \sum_{s=0}^{\infty} \begin{bmatrix} b_{s(11)}^* & b_{s(12)}^* \\ b_{s(21)}^* & b_{s(22)}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{1t-s}^* \\ W_{2t-s}^* \end{bmatrix} \quad (23)$$

Actualizando la expresión (23) s periodos, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} Y_{t+s} \\ K_{t+s} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \end{bmatrix} + \sum_{s=0}^{\infty} \begin{bmatrix} b_{s(11)}^* & b_{s(12)}^* \\ b_{s(21)}^* & b_{s(22)}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_{1t}^* \\ W_{2t}^* \end{bmatrix} \quad (24)$$

Donde:

$$X_t = \begin{bmatrix} Y_{t+s} \\ K_{t+s} \end{bmatrix} = [x_{i,t+s}]; U_x = \begin{bmatrix} u_{1x} \\ u_{2x} \end{bmatrix} = [u_{ix}]; \sum_{s=0}^{\infty} B_s^* = \sum_{s=0}^{\infty} \begin{bmatrix} b_{s(11)}^* & b_{s(12)}^* \\ b_{s(21)}^* & b_{s(22)}^* \end{bmatrix} = [b_{s(ij)}^*]; W_t^* \begin{bmatrix} w_{1t}^* \\ w_{2t}^* \end{bmatrix} = [w_{jt}^*]$$

$s = 0, 1, 2, \dots, +\infty$ representa la trayectoria temporal de estimación de la función impulso respuesta.

Los parámetros $b_{s(ij)}^*$ representan la función de respuestas de la i -ésima variable dependiente y la j -ésima variable independiente ante impulsos unitarios en la perturbación w_{jt}^* de la j -ésima variable independiente. Estos coeficientes son denominados *multiplicadores dinámicos*, los cuales construyen las funciones impulso respuesta a través de la trayectoria temporal. Es decir, los parámetros $b_{0(ij)}^*$ cuando $s=0$ son los multiplicadores de impactos o instantáneos, los cuales miden el efecto inmediato de un cambio en la perturbación w_{jt}^* de la j -ésima variable independiente sobre la i -ésima variable dependiente x_{it} .

En general, los parámetros $b_{v(ij)}^*$ cuando $s=v$ son los multiplicadores intermedios de v periodos más delante de un cambio en la perturbación w_{jt}^* de la j -ésima variable independiente sobre la i -ésima variable dependiente $x_{i,t+v}$. El multiplicador acumulado después de v periodos de un shock o impulso en la perturbación w_{it}^* de la j -ésima variable independiente sobre la i -ésima variable dependiente $x_{i,t+v}$, se puede obtener por la suma de los parámetros de la función impulso respuesta:

$$b_{0(ij)}^* + b_{1(ij)}^* + b_{2(ij)}^* + \dots + b_{v(ij)}^* = \sum_{s=0}^v b_{s(ij)}^*$$

Por lo tanto, los multiplicadores dinámicos de la inversión total minera sobre el PIB total se obtendría de la FIR ortogonalizada formada por la primera variable dependiente $i=1$ y la segunda variable independiente $j=2$, durante s periodos, ante un impulso en la perturbación de la segunda variable independiente $j=2$. En derivadas, esto se define como el cambio de la primera variable dependiente que es el PIB (Y_{t+s}) ante un impulso unitario en la perturbación w_{2t}^* de la segunda variable independiente, la inversión total minera, en el periodo s :

$$\partial Y_{t+s} / \partial w_{2t}^* = b_{s(12)}^*$$

Puesto que se quieren los multiplicadores de la inversión total minera anuales acumulados, se estimará $\sum_{s=0}^{+\infty} b_{s(ij)}^*$ para el periodo trimestral acumulado $s = 0, 1, 2, \dots, +\infty$ (Cuadro 5).

Cuadro 5: Estimación de la Función Impulso Respuesta Acumulada

Año	S	$\hat{\beta}_s$	$\partial Y_{t+s} / \partial w_{2t}^*$	$\sum_{s=0}^v b_{s(12)}^*$
2018	0, ..., 4	$\hat{\beta}_4$	$\partial Y_t / \partial w_{2t}^* + \dots + \partial Y_{t+4} / \partial w_{2t}^*$	$b_{0(12)}^* + b_{1(12)}^* + \dots + b_{4(12)}^*$
2019	0, ..., 8	$\hat{\beta}_8$	$\partial Y_t / \partial w_{2t}^* + \dots + \partial Y_{t+8} / \partial w_{2t}^*$	$b_{0(12)}^* + b_{1(12)}^* + \dots + b_{8(12)}^*$
2020	0, ..., 12	$\hat{\beta}_{12}$	$\partial Y_t / \partial w_{2t}^* + \dots + \partial Y_{t+12} / \partial w_{2t}^*$	$b_{0(12)}^* + b_{1(12)}^* + \dots + b_{12(12)}^*$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮

FUENTE: Elaboración propia.

3.7. PROCEDIMIENTO

A continuación, se especifican los pasos que se llevarán a cabo para estimar el modelo VAR y obtener la FIR que estimaría los multiplicadores de inversión total minera sobre el PIB total.

Paso 1: Pruebas de estacionariedad de las variables

Para estimar el modelo VAR en la expresión (15) se asume que las variables son estacionarias, siendo necesario corroborar que cumplan con este supuesto, ya sea en niveles o en primeras diferencias. Por definición, una variable es estacionaria (débil) cuando su media y varianza son constantes en el tiempo y si el valor de la covarianza entre dos periodos depende sólo del rezago entre estos dos periodos, y no del tiempo en el cual se calculó la covarianza; esto hace que la variable tenga un comportamiento estable y predecible, puesto que la variable siempre se encontrará alrededor de su valor medio. Sin embargo, la mayoría de las variables económicas, por lo general, tienen un comportamiento no estacionario (Enders, 2014)

Generalmente, para evaluar la estacionariedad de las variables, se utilizan las pruebas de raíz unitaria. Si la variable es no estacionaria, significa que presenta raíz unitaria y que sigue un proceso generador de datos integrado de orden “I”, el cual equivale al número de veces que se debe diferenciar (ΔI) la variable para volverla estacionaria.

Por definición, una variable en niveles proviene de un proceso integrado de orden $I(0)$. Para efectos de la evaluación de la información estadística, se consideró realizar la prueba de raíz unitaria, mediante los procedimientos de Dickey-Fuller Aumentado (ADF) y Philip Perron (PP). En general estas pruebas parten del siguiente modelo para probar la estacionariedad de una variable:

$$x_{it} = \delta x_{it-1} + w_{jt}$$

donde:

x_{it} : Vector de variables endógenas

x_{it-1} : Matriz de variables endógenas rezagadas un periodo

δ : Término de raíz unitaria

$w_{jt} \sim \text{IID}(0, \sigma_w^2)$: j -ésima perturbación del modelo

Y las hipótesis planteadas son las siguientes:

$H_0: \delta = 1$ la serie de tiempo presenta raíz unitaria

$H_1: |\delta| < 1$ la serie de tiempo no presenta raíz unitaria

Esta prueba lo que se requiere es que las variables sean estacionarias esperándose que H_0 sea rechazada, es decir, $|\delta| < 1$, a fin de concluir que las variables no presentan raíz unitaria.

Paso 2: Pruebas de determinación de longitud de rezagos

El número de rezagos p del modelo VAR en la expresión (15) se determina utilizando diversos criterios como Akaike (AIC), Información Bayesiana de Schwarz (SBIC), Información de Hannan y Quinn (HQIC) y el Predictor Final de Error (FPE). Estos criterios seleccionan la longitud de rezago correspondiente al menor valor obtenido en cada criterio, el cual indica la minimización del error de predicción. Por lo tanto, el mejor modelo se estimaría con el número de rezagos p que se obtendría con los menores valores de AIC, SBIC, HQIC y FPE.

Paso 3: Prueba de cointegración

Si las series de tiempo estudiadas no son estacionarias en niveles se procede a realizar la prueba de Cointegración de Johansen, utilizando el número de rezagos obtenido en la prueba anterior. Esta prueba determina si las series tienen relación de causalidad de largo plazo, para luego realizar la estimación de las series mediante el Modelo de Vectores de Corrección del Error (VECM). La Prueba de Cointegración de Johansen utiliza el test Traza y el test Máximo Valor Propio para determinar el número de ecuaciones de cointegración (r). En esta prueba para cada nivel r de ecuaciones de cointegración las hipótesis planteadas son las siguientes:

H_0 : El número de ecuaciones de cointegración es r

H_1 : El número de ecuaciones de cointegración es $r+1$

En esta prueba se espera que no exista relación de largo plazo, por lo que no deberían existir vectores de cointegración. Esto significa que en el nivel $r=0$, no se rechace la hipótesis nula.

Paso 4: Estimación del modelo VAR

Si las variables no presentan cointegración se procede a realizar la estimación del modelo VAR, utilizando las series de tiempo estacionarias y el número de rezagos óptimos. Para corroborar los resultados en el modelo VAR se realizan las siguientes pruebas o postestimaciones:

Paso 4.1: Prueba de la causalidad entre las variables

En un modelo VAR las perturbaciones están correlacionadas entre sí, es decir habrá shocks que afecten a más de una variable. Por lo que para resolver este problema se realiza la descomposición de Cholesky, el cual descompone los efectos de los errores en las variables planteado en la expresión (15), para aplicar esta descomposición a la estimación de la FIR es necesario conocer la causalidad entre las variables (Enders, 2014).

Esta prueba demuestra si los valores actuales y rezagados de unas series de tiempo predicen los valores futuros de otras series de tiempo, en donde se determinaría si la causalidad es bidireccional o unidireccional. Utiliza el estadístico de prueba Chi-Cuadrado y el número de rezagos p para analizar la causalidad. Las hipótesis planteadas en la expresión (15) de causalidad entre las variables serían las siguientes:

$H_0: a_{ijm}=0$, la variable independiente j no causa a lo Granger a la variable dependiente i con p rezagos

$H_1: a_{ijm} \neq 0$, la variable independiente j causa a lo Granger a la variable dependiente i con p rezagos

En esta prueba lo que se busca es que exista causalidad entre las variables, en donde se espera que se rechazan las hipótesis nulas, ya que el modelo VAR parte del supuesto de causalidad entre las series de tiempo.

Paso 4.2: Prueba de estabilidad del modelo

La prueba de estabilidad del modelo evalúa la estabilidad de los valores propios del modelo VAR, la cual debe cumplirse para que interpretar la estimación de la FIR y la descomposición de varianzas. En esta prueba debe cumplirse que el modelo estimado sea estable, es decir, que los valores propios del modelo VAR sean menores a 1.

Paso 4.3: Prueba de autocorrelación de los residuos

La prueba de autocorrelación de residuos dentro de la ecuación formada por la i -ésima variable dependiente en la expresión (15) es el test del Multiplicador de Lagrange (LM) el cual utiliza el estadístico de prueba Chi- cuadrado, y se estima utilizando el número de rezagos p obtenidos en la prueba anterior. Las hipótesis planteadas son las siguientes:

H_0 : Los residuos w_{jt} en la ecuación de la i -ésima variable dependiente no presentan autocorrelacion con p rezagos.

H_1 : Los residuos w_{jt} en la ecuación de la i -ésima variable dependiente presentan autocorrelacion con p rezagos.

En esta prueba se debe cumplir que los residuos de una misma ecuación en la expresión (15) no estén correlacionados, por lo tanto, se espera no rechazar la hipótesis nula H_0 .

Paso 4.4: Prueba de normalidad de los residuos

Se realiza la prueba Jaque-Bera para evaluar la normalidad de residuos en el modelo VAR estimado, el cual verifica que los residuos se encuentran dentro de una distribución normal estándar, esta prueba utiliza un estadístico de prueba Chi-cuadrado. Las hipótesis planteadas son las siguientes:

H_0 : Los residuos w_{jt} tienen una distribución normal multivariada.

H_1 : Los residuos w_{jt} no tienen una distribución normal multivariada.

donde se requiere que los residuos tienen una distribución normal multivariada, lo cual implica no rechazar la hipótesis nula H_0 .

Paso 4.5: Descomposición de varianzas

Después de haber realizado las post estimaciones correspondientes al modelo VAR obtenido, se estima la descomposición de varianzas, lo cual es útil determinar la importancia de las

interacciones entre las variables y verificar su causalidad establecida en la prueba de Causalidad de Granger.

Paso 4.6: Estimación de la matriz de varianzas y covarianzas (Φ_Q)

Se debe identificar si la matriz de varianzas y covarianzas Φ_Q , la cual es definida positiva lo que implica que las perturbaciones w_{jt-s} estimadas en el modelo VAR en la expresión (22) tienen correlación contemporánea, para realizar la estimación de la FIR mediante un proceso de ortogonalización (descomposición de Cholesky), el cual convierte las perturbaciones en que no presentan correlación contemporánea.

Paso 4.7: Estimación de la Función Impulso Respuesta (FIR)

Por último, se estimará la (FIR) en donde se debe considerar la descomposición de Cholesky o procedimiento de ortogonalización que implica el ordenamiento de las variables de mayor a menor grado de exogenidad. Esta función se obtuvo matemáticamente a partir de la expresión (24) mostrada en el Cuadro 5, en donde se estiman los multiplicadores de la inversión total minera, los cuales cuantifican la respuesta de la variable Y ante un impulso unitario en la perturbación o shock estocástico de la variable K.

IV.RESULTADOS Y DISCUSIONES

En este capítulo, se muestran los resultados obtenidos en las estimaciones y pruebas realizadas mediante el Software Stata 15. Las variables se transforman a logaritmos naturales para estimar el crecimiento relativo porcentual. Se establecen como variables endógenas al PIB y a la inversión total minera y se utilizó como variable exógena al índice de precios de los metales, debido a que está vinculada a la demanda externa. Posteriormente se realizan las discusiones generadas a partir de los resultados con estas pruebas.

Paso 1: Pruebas de estacionariedad de las variables

Los resultados de las pruebas ADF y PP para las variables $\ln Y$, $\ln K$ y $\ln IP$ en niveles demuestran que para un nivel de significancia $\alpha = 5\%$, los P-value de Mackinnon obtenidos son mayores a α , de manera que no se puede rechazar la hipótesis nula, es decir $\delta=1$ (Cuadro 6).

Cuadro 6: Pruebas de raíz unitaria según tipo y según variable en niveles

Prueba	Variable	p-value	Conclusión
ADF	$\ln Y$	0.8088	No estacionaria
	$\ln K$	0.6377	No estacionaria
	$\ln IP$	0.6153	No estacionaria
PP	$\ln Y$	0.9397	No estacionaria
	$\ln K$	0.6694	No Estacionaria
	$\ln IP$	0.6294	No estacionaria

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 2.1 y Anexo 2.2

en donde se analizan las pruebas ADF y PP, respectivamente.

ADF: Dickey Fuller Aumentado; PP: Phillip Perron

Asimismo, al evaluar esas variables en primeras diferencias, D.lnY, D.lnK y D.lnIP, los p-value de Mackinnon son menores al nivel de significancia de $\alpha = 5\%$, aceptando la hipótesis alterna en donde el termino de raíz unitaria es menor a la unidad $|\delta| < 1$, lo cual significa que las series de tiempo son estacionarias en primeras diferencias o son integradas de orden uno (I=1) (Cuadro 7), esto sugiere que el modelo económico examina las relaciones de flujo entre las variables.

Cuadro 7: Pruebas de raíz unitaria según tipo y según variable en diferencias

Pruebas	Variable	p-value	Conclusión	Orden de Integración
ADF	D.lnY	0.000	Estacionaria	I(1)
	D.lnK	0.000	Estacionaria	I(1)
	D.lnIP	0.000	Estacionaria	I(1)
PP	D.lnY	0.000	Estacionaria	I(1)
	D.lnK	0.000	Estacionaria	I(1)
	D.lnIP	0.000	Estacionaria	I(1)

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 3.1 y Anexo 3.2 en donde se analizan las pruebas ADF y PP, respectivamente. ADF: Dickey Fuller Aumentado; PP: Phillip Perron

Paso 2: Prueba de determinación de la longitud de rezagos

La prueba de determinación de rezagos señala que los mínimos valores de los criterios de FPE y AIC seleccionan ocho rezagos ($p=8$), sin embargo, el mínimo valor de los criterios HQIC y SBIC se consigue con cinco ($p=5$) y cuatro rezagos ($p=4$), respectivamente, (Cuadro 8). Se utilizará el número de rezagos obtenidos por el mínimo valor del criterio AIC, ya que este valor minimiza la diferencia entre el modelo VAR estimado y el modelo VAR verdadero.

Por lo tanto, se estimará un modelo VAR con ocho rezagos, ya que este criterio arroja resultados apropiados para la estimación de la función impulso respuesta (Ivanov et al., 2005). Esto sugiere que el crecimiento económico para un año determinado es inducido por la inversión total minera realizada aproximadamente dos años antes.

Cuadro 8: Pruebas de selección de rezagos

p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	0.000212	-2.78	-2.72	-2.64
1	0.000117	-3.38	-3.27	-3.10
2	0.000129	-3.28	-3.11	-2.86
3	0.000038	-4.51	-4.29	-3.96
4	0.00002	-5.15	-4.88	-4.46*
5	0.000019	-5.23	-4.9*	-4.40
6	0.00002	-5.15	-4.77	-4.19
7	0.0000019	-5.20	-4.77	-4.11
8	0.0000018*	-5.29*	-4.81	-4.06

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 4.

AIC: Akaike; SBIC: Información Bayesiana de Schwarz, HQIC: Información de Hannan y Quinn; FPE: predictor Final de Error

Paso 3: Prueba de Cointegración

Conforme a las pruebas ADF y PP, las variables $\ln Y$, $\ln K$ y $\ln IP$ son estacionarias en primeras diferencias (Cuadro 7) por lo que indican un orden de cointegración I (1). En consecuencia, se realiza la Prueba de Cointegración de Johansen con once rezagos $p=11$ y tendencia constante, en donde el test Traza señala que con 0 ecuaciones de cointegración ($r=0$) para un nivel de significancia del $\alpha = 5\%$ el estadístico Traza (12.61) es menor al Valor Crítico (29.68), lo que sugiere que no se debe rechazar la hipótesis nula planteada.

De igual forma, el Test de Máximo Valor Propio indica con cero ecuaciones de cointegración ($r=0$), para un nivel de significancia del $\alpha = 5\%$ el estadístico de Máximo Valor Propio (8.29) es menor al valor crítico (20.97), lo que implica que no se debe rechazar la hipótesis nula planteada. Esto sugiere que no hay cointegración entre las variables $\ln Y$, $\ln K$ y $\ln IP$ en niveles (Cuadro 9).

Cuadro 9: Prueba de cointegración de Johansen

r	Test Traza		Test de Máximo Valor Propio	
	Estadístico Traza	Valor Critico	Estadístico Máximo valor propio	Valor Critico
0	12.61*	29.68	8.29	20.97
1	4.31	15.41	3.93	14.07

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 5

Paso 4: Estimación del modelo VAR

Se estima el modelo VAR en la expresión (14) con ocho rezagos $p=8$, en donde las variables endógenas son $D.\ln Y$ y $D.\ln K$ y la variable exógena $D.\ln IP$ con nueve rezagos, esto último sugiere que los agentes económicos, toman decisiones de inversión minera según las cotizaciones internacionales de los metales con al menos dos años y medio de anticipación. Las interpretaciones de los parámetros estimados del modelo VAR son de difícil comprensión (Enders, 2014), sin embargo, este modelo es útil para realizar posteriores estimaciones y obtener los multiplicadores dinámicos (Anexo 6).

Paso 4.1: Prueba de la causalidad entre las variables

La prueba de Causalidad de Granger con ocho rezagos $p=8$ reporta que con un nivel de significancia del $\alpha=5\%$, los p-value obtenidos son menores (0.012) y (0.042), los cuales indican que se rechazan las hipótesis nulas (Cuadro 10). Por lo tanto la causalidad entre las variables es bidireccional, es decir, la variable $D.\ln Y$ causa a lo Granger a la variable $D.\ln K$ y la variable $D.\ln K$ causa a lo Granger a la variable $D.\ln Y$. Esto significa que las inversiones mineras son inducidas por incrementos en el PIB efectuadas dos años antes, de igual forma el PIB se incrementa por las decisiones de inversión minera efectuadas dos años antes.

Cuadro 10: Prueba de causalidad Granger

Hipótesis nula	p-value
H_0 : D.lnY no causa a lo Granger a D.lnK	0.012
H_0 : D.lnK no causa a lo Granger a D.lnY	0.042

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 7.

Paso 4.2: Prueba de estabilidad del modelo

La prueba de estabilidad del modelo con $p=8$ rezagos, muestra que los módulos varían de 0.53 a 0.99, indicando que los valores propios son menores a uno, por lo que se satisface la condición de estabilidad del modelo VAR. De esta forma, los resultados que arrojen la FIR y la descomposición de varianzas serían confiables (Anexo 8).

Paso 4.3: Prueba de autocorrelacion de los residuos

El resultado de la prueba del Multiplicador de Lagrange con ocho rezagos $p=8$ reporta que el p-value obtenido es de 0.85, mayor al nivel de significancia de $\alpha=5\%$, deduciendo que no se puede rechazar la hipótesis nula hasta con cinco rezagos, de manera que no hay evidencia de existencia de autocorrelación en los residuos de cada ecuación en el modelo VAR (Anexo 9).

Paso 4.4: Prueba de normalidad de los residuos

El resultado del test de Jaque – Bera indica con cinco rezagos $p=8$, el p-value obtenido es de 0.32, mayor al nivel de significancia de 5%, lo cual sugiere que no se puede rechazar la hipótesis nula, verificando que las perturbaciones tienen una distribución normal multivariada (Anexo 10).

Paso 4.5: Descomposición de varianzas

Se realiza la descomposición de varianzas con cinco rezagos $p=5$ para una trayectoria temporal de hasta 20 trimestres más adelante ($s=20$), en donde se señala que a los 20 trimestres la

descomposición de varianza de la variable D.lnY es explicada por la variable D.lnY en 59.91% y por la variable D.lnK en 40.08%. De igual forma, a los 20 trimestres la descomposición de varianza de la inversión total minera, D.lnK, es explicada por la variable D.lnY en 6.23% y por la variable D.lnK en 93.76% (Cuadro 11). Esto corrobora lo obtenido en la prueba de Causalidad de Granger el cual indica que la causalidad entre la variables D.lnY y D.lnK es bidireccional (Cuadro 11).

Cuadro 11: Descomposición de varianzas

Trimestre	% Varianza de D.lnY		% Varianza de D.lnK	
	D.lnY	D.lnK	D.lnY	D.lnK
1	91.31	8.69	0.00	100.00
4	86.43	13.56	0.72	99.27
8	75.25	24.74	4.07	95.92
12	64.79	35.20	5.30	94.69
16	61.97	38.02	5.89	94.10
20	59.91	40.08	6.23	93.76

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 11.

Paso 4.6: Estimación de la matriz de varianzas y covarianzas (Φ_Q)

La matriz Φ_Q obtenida del modelo VAR estimado con cinco rezagos $p=8$ en la expresión (18) es definida positiva, confirmando la causalidad de las variables. En consecuencia, la FIR se realiza mediante un proceso de ortogonalización (Anexo 12).

Paso 4.7: Estimación de la Función Impulso Respuesta (FIR)

La FIR se estima mediante un proceso de ortogonalización con cinco rezagos $p=8$, el cual indica que la duración de impacto de la inversión total minera sobre el PIB total es de 20 trimestres (Cuadro 12). Así mismo, las variables estimadas se encuentran transformadas en logaritmos naturales, por lo tanto, para obtener una interpretación correcta de los multiplicadores, se divide

cada valor de la FIR acumulada $\sum_{s=0}^{+\infty} b_{s(12)}^*$ entre la relación promedio de las variables (Stevens y Sessions, 2010; González et al., 2013), como se describe a continuación:

$$\hat{\beta}_s = \sum_{s=0}^{+\infty} b_{s(12)}^* * 100 / \left(\frac{D\ln K}{D\ln Y} \right)$$

$$s=0, \dots, 4; \quad \hat{\beta}_4 = 0.006766 * 100 / \left(\frac{0.017}{0.012} \right) = 0.49 \quad (24)$$

El multiplicador acumulado de la expresión (24) es 0.49, lo cual significa que para el final del año 2018, por cada sol invertido en el sector minero peruano, el PIB total se incrementaría en S/ 0.49⁵. Por lo tanto, de los resultados se desprende que, por cada sol invertido en el año 2018, el efecto acumulado en el año 2020 es 0.68, es decir, el efecto total.

Cuadro 12: Multiplicadores acumulados de la inversión total minera (2018- 2022)

Año	s	Impulso respuesta Acumulada $\sum_{s=0}^v b_{s(12)}^*$	Multiplicador Acumulado $\hat{\beta}_v$
2018	0, ..., 4	0.006766	0.49
2019	0, ..., 8	0.009722	0.71
2020	0, ..., 12	0.011765	0.86
2021	0, ..., 16	0.010032	0.74
2022	0, ..., 20	0.009319	0.68

FUENTE: Elaboración propia en base al Anexo 13.

El efecto acumulado de los multiplicadores dinámicos de la inversión total minera es 0.68, lo cual se prevé ocurrirá en un lapso de 5 años. Este efecto total es similar al multiplicador estático de CEPLAN (2011) para el año 2010, el cual osciló entre 0.66-0.70. Nótese que la cifra de

⁵Para un nivel de significancia del $\alpha=5\%$. nótese que la hipótesis nula es $H_0: b_{0(12)}^*=0$. Por lo que si un intervalo de confianza contiene cero, la hipótesis nula de que el parámetro $b_{0(12)}^*$ es cero no se puede rechazar en el nivel de significación especificado. (Ji y Kim, 2005) (Anexo 13)

CEPLAN corresponde a un efecto del primer año (dado que la TIP solo permite calcular el efecto de un año). Entonces, es de esperar que el efecto total del año 2010 hubiera sido superior en comparación al periodo 2018-2022.

El efecto inicial del año 2010 tendría relación con los elevados precios de los metales a inicios de la década 2010, lo cual debió permitir una mayor dinámica de corto plazo sobre bienes y servicios asociados a la actividad minera, de manera que su impacto o efecto *inicial*⁶ (0.66-0.70) sea superior en comparación al efecto inicial del multiplicador dinámico (0.49). Otros factores como precios bajos de los metales, así como la reciente inestabilidad política (desde el año 2016 con el gobierno de Pedro Pablo Kuczynski) podrían haber incidido en un efecto inicial más bajo del multiplicador dinámico.

Sobre la extensión del efecto total del multiplicador dinámico, este se justifica en que parte de las inversiones mineras se destinan a obras de infraestructura y elaboración de estudios que requieren varios años. Este efecto no fue reflejado en el multiplicador de CEPLAN (2011) el cual solo capturó el efecto *inicial* o *inmediato* de la inversión minera en la economía (por ejemplo, compras u otros servicios de corto plazo). Si bien esta hipótesis esta fuera de alcance de esta tesis, serían necesarios mayores estudios para corroborarla.

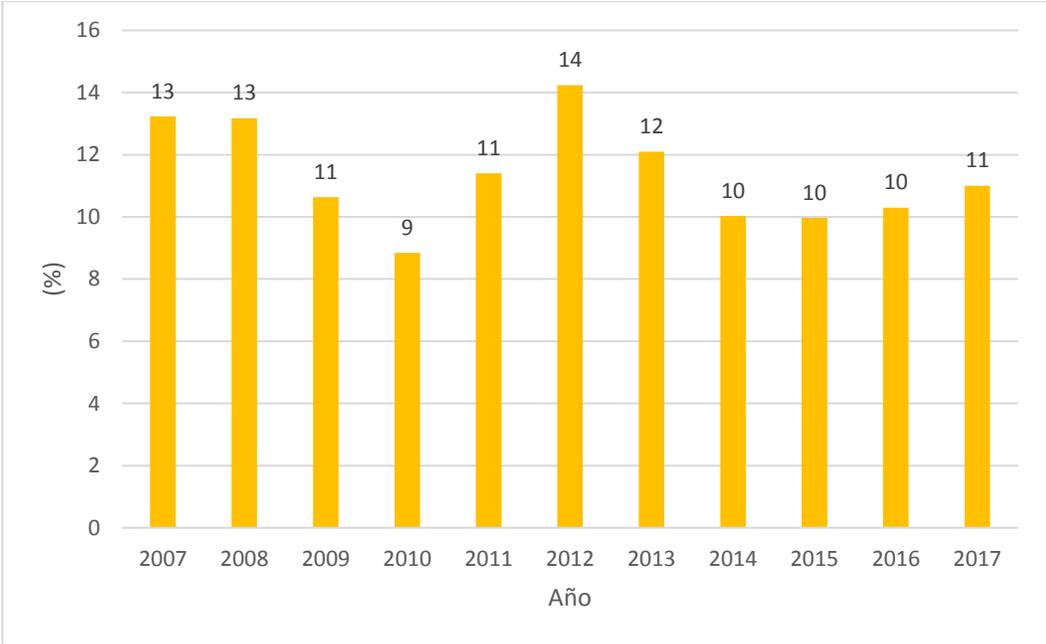
Otra posible causa del menor efecto inicial y total del multiplicador dinámico (con respecto al multiplicador de CEPLAN) es que la actividad económica peruana se diversificó más en la última década (2010-2018), lo cual implicaría que la contribución relativa del sector minero (en valor agregado) se haya diluido en la economía, incluso cuando las cifras de este sector puedan haber aumentado en términos absolutos.

La Figura 3 evidencia que en el periodo de precios altos de los metales (2007-2011), la contribución del valor agregado minero fue decreciente mientras que, en periodos de precios bajos, tal aporte fue creciente. Esto validaría la hipótesis de Torres (2000) en el sentido que los eslabonamientos del sector minero hacia delante son limitados dado que la mayor parte de la

⁶ En la literatura de la TIP se utilizan los términos “directo, indirecto e inducido” para distinguir el alcance de los efectos de un sector en la economía. Dado que la TIP mide estos efectos en un año, en esta tesis se usa el término “inicial o inmediato” para aclarar que el efecto multiplicador (sea directo, indirecto e inducido) corresponde únicamente al primer año.

producción minera es exportada. De esta manera, afirmar que el sector minero ha perdido peso específico en la economía y por ende, su efecto total dinámico se reduce, es una hipótesis cuestionable.

Figura 3: Contribución del valor agregado minero (%) como parte del valor agregado total durante el periodo 2007-2017



FUENTE: Elaboración propia, en base a INEI (2019)

Esto sugiere que el multiplicador dinámico es menor (en comparación al multiplicador de CEPLAN) debido a que los efectos inmediatos o iniciales del sector minero en la economía se han reducido, lo cual estaría asociado a menores eslabonamientos con empresas u otros sectores que brindan servicios de corto plazo al sector en estudio. El argumento de que el sector minero ha perdido peso específico en la economía, y por ende, su efecto multiplicador se haya reducido, carece de evidencia.

V. CONCLUSIONES

- Para el periodo 2018-2022, el efecto total dinámico de la inversión total minera se estimó en 0.68 y tiene una duración de cinco años. Esta cifra es similar a la obtenida por CEPLAN (2011) para el año 2010, lo cual rechaza la hipótesis general de esta tesis.
- Para el periodo 2000-2017, el crecimiento económico y las inversiones mineras no cointegran, el cual significa que no hay una relación de largo plazo entre las variables. Además, se encontró que hay una relación bidireccional entre las variables, lo cual indica que ambas variables son causadas entre ellas aproximadamente dos años antes.
- Dado que la duración del efecto total de este estudio (5 años) difiere con respecto a CEPLAN (implícitamente, 1 año), ambos resultados no deberían ser comparados directamente. Solo puede afirmarse que el resultado de este estudio es más preciso para evaluar el efecto *total* para un periodo reciente (2018-2022).
- El multiplicador de la inversión minera de CEPLAN (0.66 y 0.70) del año 2010 si puede ser comparable con el multiplicador dinámico del año 2018 (0.49). Una posible explicación es que parte de las inversiones mineras se destinan a obras de infraestructura y elaboración de estudios que requieren periodos que abarcan varios años. Este efecto no fue reflejado en el multiplicador de CEPLAN (2011) el cual solo capturó el efecto *inmediato* de la inversión minera en la economía (por ejemplo, compras u otros servicios de corto plazo), el cual fue relevante durante el periodo de altos precios de los metales, que coincide con el año 2010. Si bien esta hipótesis está fuera de alcance de esta tesis, serían necesarios mayores estudios para corroborarla.

VI. RECOMENDACIONES

- Dado que también es posible obtener multiplicadores dinámicos de la inversión minera a partir de otros modelos (semi)estructurales más complejos que posiblemente podrían generar mejores resultados, es recomendable construir modelos multivariantes a fin de contrastar sus resultados con lo de esta tesis. Futuros estudios deberían cotejar esta hipótesis.
- Los resultados de esta tesis permiten tener una idea de la importancia de la inversión minera a nivel nacional durante el periodo que dura su efecto, estimado en cinco años. Sin embargo, muchas veces se requiere evaluar esta importancia a nivel regional e incluso local. Para esta tarea, es recomendable que se genere información *desagregada* que permita enfrentar esta necesidad en la literatura.

VII.REFERENCIAS

Aragón, F; Rud, J. 2009. The Blessing of Natural Resources: Evidence from a Peruvian Gold Mine. Banco Central de Reserva del Perú. Documento de trabajo N° 15. Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Lima. Perú. Disponible en:

<http://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2009/Working-Paper-15-2009.pdf>

BCRP. 2019 (a). Actividad Económica y Mercado Laboral. PIB por sectores. PIB gasto. Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Disponible en:

<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/mensuales/pbi-por-sectores;>
<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/trimestrales/pbi-gasto>

BCRP. 2019 (b). Indicadores Internacionales. Cotizaciones internacionales. Balanza de pagos. Balanza Comercial. Banco Central de Reserva del Perú (BCRP). Disponible en:

<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/mensuales/cotizaciones-internacionales;>
<https://estadisticas.bcrp.gob.pe/estadisticas/series/mensuales/balanza-comercial>

CEPLAN. 2011. Teoría y aplicaciones de la tabla insumo-producto a la planeación estratégica. Perú. Documento de trabajo N° 4. Centro Nacional de Planeamiento Estratégico (CEPLAN). Disponible en:

https://www.ceplan.gob.pe/wp-content/uploads/files/Documentos/documentodetrabajo4_.pdf

Del Pozo, C; Paucarmayta, V. 2015. Impacto de la minería en la producción agropecuaria en el Perú, impactos heterogéneos y determinación de los canales de transmisión. Informe Técnico Final. Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES). Lima. Perú. Disponible en: https://www.cies.org.pe/sites/default/files/investigaciones/7_pmn.a1.t4_cuarto_informe_final.pdf

De la Paz, M; García, P. 2008. El Modelo VAR y sus principales problemas. Panorama Económico, 3(6): 95-117. Dowling, E. 2012. Introduction to mathematical Economics. Tercera edición. Schaum`s. McGraw-Hill. Estados Unidos.

Enders, W. 2014. Applied econometric time series. Fourth Edition. Wiley. Estados Unidos.

ESAN. 2010. Inversión en infraestructura en el Perú. Medición del impacto del desarrollo de infraestructura sobre la actividad económica del País. Universidad ESAN. Lima. Perú.

Estevez, A. 1980. Multiplicadores renta a través de las tablas Input-Output. Revista de Economía política, (85):161-195.

Disponible en: <https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=2496695>

Figuroa, E; Orihuela, C; Calfucura, E. 2010. Green accounting and sustainability of the Peruvian metal mining sector. Resources Policy, 35(4):156-167.

González, J; Lemus, A; Mrkaic, M. 2013. Fiscal multipliers in the ECCU. Documento de trabajo N° 13(117). Fondo Monetario internacional (IMF).

Disponible en: <https://www.imf.org/external/pubs/ft/wp/2013/wp13117.pdf>

Herrera, P; Millones, O. 2011. ¿Cuál es el costo de la contaminación ambiental minera sobre los recursos hídricos en el Perú? Informe Final. Consorcio de Investigación Económica y Social (CIES). Lima. Perú. Disponible en:

<http://cies.org.pe/sites/default/files/files/articulos/economiaysociedad/06-herrera.pdf>

INEI. 2001. Multiplicadores de la economía peruana. Una aplicación de la Tabla Insumo Producto 1994. Colección Año Base 1994 N°6. Instituto Nacional de Estadística e Informática. Lima. Perú. Disponible en:

https://www.inei.gob.pe/media/MenuRecursivo/publicaciones_digitales/Est/Lib0469/Libro.pdf

INEI. 2019. Sistema de información Económica. Valor Agregado Bruto total. Disponible en:

<https://www.inei.gob.pe/sistemas-consulta/>

IPE. 2012. Efecto de la minería sobre el empleo, el producto y recaudación en el Perú. Sociedad Nacional de Minería Petróleo y Energía. Instituto Peruano de Economía. Lima. Perú. Disponible en:

<https://www.snmpe.org.pe/informes-y-publicaciones/efecto-de-la-mineria-sobre-el-empleo-el-producto-y-recaudacion-en-el-peru/259-efecto-de-la-mineria-sobre-el-empleo-el-producto-y-recaudacion-en-el-peru-libro.html>

IPE. 2017. El valor agregado de la minería en el Perú. Instituto de Estudios Energéticos Mineros (IDEM). Instituto Peruano de Economía. Lima. Perú. Disponible en:

<http://www.ipe.org.pe/portal/wp-content/uploads/2018/01/IPE-Junio-2017-El-Valor-Agregado-de-la-Miner%C3%ADa.pdf>

Ji, P; Kim, J. 2005. Real Interest rate linkages in the Pacific Basin Region. SSRN Electronic Journal. Disponible en:

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=791284

Lindley, M; Paredes, M. 2004. Una metodología para el cálculo del beneficio económico generado por la actividad minera sobre las regiones. Caso Minera Yanacocha S.R.L. 1993-2002. Lima: Universidad del Pacífico. Mimeo.

Mayurí, J. 2015. La Inversión en infraestructura pública y el crecimiento económico en el Perú periodo 1950-2013. Tesis para optar el grado de economista. Departamento Académico de Economía y Planificación. Universidad Nacional Agraria la Molina. Lima, Perú. Disponible en:

<http://repositorio.lamolina.edu.pe/bitstream/handle/UNALM/1827/E13-M39-T.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Mauricio, J. 2007. Introducción al análisis de series temporales. Universidad Complutense de Madrid. 146. Disponible en:

<https://www.ucm.es/data/cont/docs/518-2013-11-11-JAM-IAST-Libro.pdf>

MINEM. 2019. Anuario minero 2017. Ministerio de Energía y Minas. Disponible en:

[http://www.minem.gob.pe/minem/archivos/file/Mineria/PUBLICACIONES/ANUARIOS/2017/ANUARIO%20MINERO%202017\(1\).pdf](http://www.minem.gob.pe/minem/archivos/file/Mineria/PUBLICACIONES/ANUARIOS/2017/ANUARIO%20MINERO%202017(1).pdf)

Nolazco, J; Lengua-Lafosse, P; Cespedes, N. 2016. Contribución de los choques externos en el crecimiento económico del Perú: un modelo semi-estructural. Serie de Documentos de Trabajo 2016-006, Working Paper series. Banco Central de Reserva del Perú. Setiembre 2016. Disponible en:

<http://www.bcrp.gob.pe/docs/Publicaciones/Documentos-de-Trabajo/2016/documento-de-trabajo-06-2016.pdf>

Olivas, E. 2000. Inflación en México (1948- 1999): Un análisis con vectores autorregresivos. Tesis en para optar el grado de Magister. Economía Aplicada. El Colegio de la Frontera Norte. México. Disponible en: <https://www.colef.mx/posgrado/tesis/inflacion-en-mexico-1948-1990-un-analisis-con-vectores-autorregresivos/>

Orihuela, C. 2014. ¿El departamento Junín ha estado en la senda del desarrollo sostenible? Una aplicación basada en el enfoque de sostenibilidad débil. Informe Final. Consorcio de Investigación Económica y Social CIES. Lima. Perú. Disponible en:

https://www.cies.org.pe/sites/default/files/investigaciones/1_informe_final_junin_fecbp.pdf

Orihuela, C; Ponce, R. 2004. Valorando los recursos naturales y su incorporación en las cuentas nacionales. Apuntes (54): 89-108. Disponible en:

<http://revistas.up.edu.pe/index.php/apuntes/article/view/539/541>

OSINERGMIN. 2016. Mercado mundial, nacional, efectos derivados y visión de la minería. Reporte de Análisis Económico Sectorial. Sector Minería. Reportes de Análisis N° 6. Organismo Supervisor de la Inversión en Energía y Minería. Lima. Perú. Disponible en:

http://www.osinergmin.gob.pe/seccion/centro_documental/Institucional/Estudios_Economicos/RAES/RAES-Mineria-Agosto-2016-GPAE-OS.pdf

PROINVERSION. 2016. Estadísticas. Inversión extranjera directa. Saldo de Inversión Extranjera Directa por Sector Destino 1980 – diciembre 2018 (Millones de US\$). Agencia de Promoción de la Inversión Privada Perú. Disponible en:

<https://www.proinversion.gob.pe/modulos/LAN/landing.aspx?are=0&pfl=1&lan=10&tit=insti-tucional-popup>

SNMPE. 2012. Impacto económico de la minería en el Perú. Macroconsult. Lima, Perú. Disponible en:

<https://www.snmpe.org.pe/informes-y-publicaciones/impacto-economico-de-la-actividad-minera-en-el-peru.html>

Stevans, L; Sessions, D. 2010. Calculating and interpreting multipliers in the presence of non-stationary time series: The case of U.S. federal infrastructure spending. American Journal of Social And Management Sciences, 1(1): 24-38. Disponible en:

https://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1424446

Tello, M. 2016. Eslabonamientos y generación de empleo de productos en industrias extractivas del Perú. Departamento de Economía. Pontificia Universidad Católica del Perú PUCP. Documento de trabajo N° 421. Lima. Perú. Disponible en:

<http://files.pucp.edu.pe/departamento/economia/DDD421.pdf>

Torres, J. 1978. Multiplicadores y Proporciones en la Economía Peruana. Centro de Investigación de Universidad del Pacifico CIUP. Documento N°4. Lima. Peru. Disponible en:

<http://repositorio.up.edu.pe/bitstream/handle/11354/473/DT4.pdf?sequence=1>

Torres, J. 1998. Eslabones y multiplicadores de la economía peruana. Revista de Ciencias Sociales, Apuntes (43): 3-18. Disponible en:

<http://revistas.up.edu.pe/index.php/apuntes/article/view/475/477>

Torres, J. 2000. Una estrategia de desarrollo basada en recursos naturales: análisis clúster del complejo de cobre Southern Perú. Desarrollo Productivo N° 70. Santiago, Chile. Disponible en:

https://repositorio.cepal.org/bitstream/handle/11362/4671/1/S00020079_es.pdf

Vera, E. 2017. El impacto de la minería en la economía del departamento de Arequipa para el periodo del 2000-2015. Tesis para optar el grado de Magister. Gestión y Economía Minera. Pontificia Universidad Católica del Perú. Lima, Perú. Disponible en:

http://tesis.pucp.edu.pe/repositorio/bitstream/handle/20.500.12404/9279/VERA_ARELA_EDITH_IMPACTO_DE_LA_MINERIA.pdf?sequence=1&isAllowed=y

Zegarra, E; Orihuela, J; Paredes, M. 2007. Minería y economía de los hogares en la sierra peruana: Impactos y espacios de conflicto. Grupo de Trabajo para el Desarrollo GRADE. Documento de Trabajo N° 51. Lima, Perú. Disponible en:

<http://www.grade.org.pe/wp-content/uploads/ddt51.pdf>

VIII.ANEXOS

Anexo 1: Base de datos

TRIMESTRE	ITM (Millones de soles)	PBI (Millones de soles)	IP (2007=100)	Precios Internacionales						Exportaciones (millones US\$)					
				Cobre (US\$/libras)	Estaño (US\$/libras)	Oro (US\$/troy)	Plata (US\$/troy)	Plomo (US\$/libras)	Zinc (US\$/libras)	Cobre	Estaño	Oro	Plata	Plomo	Zinc
2000q1	959.43	54,674.82	34	23.44	38.46	43.01	40.60	15.36	34.03	225.00	39.43	319.24	43.95	42.21	111.68
2000q2	1,224.41	58,255.55	33	22.72	36.83	41.78	39.54	14.29	34.01	182.85	39.11	284.37	44.17	45.31	130.46
2000q3	932.48	54,621.75	33	24.05	36.55	41.36	38.84	15.44	34.97	225.48	49.90	260.31	47.52	45.88	113.08
2000q4	1,357.32	54,654.58	32	24.50	36.00	40.07	37.41	16.05	33.40	299.24	41.80	280.76	43.86	56.98	140.54
2001q1	1,493.18	51,760.37	32	23.32	34.83	39.37	35.72	16.37	30.99	202.91	42.82	274.31	44.94	37.96	107.46
2001q2	1,553.31	58,431.06	30	21.86	33.47	39.53	34.27	15.91	28.65	208.52	33.74	258.67	41.19	53.90	103.57
2001q3	2,150.88	56,119.65	29	19.67	28.40	40.53	33.63	15.63	25.40	272.55	35.95	307.16	42.89	48.25	96.17
2001q4	987.91	57,268.50	29	18.62	26.26	41.43	33.79	16.05	23.24	301.67	37.02	326.01	39.61	55.89	112.21
2002q1	541.81	55,137.74	30	20.06	26.17	42.47	34.83	16.50	23.63	265.55	37.19	312.98	42.86	47.35	110.00
2002q2	708.90	62,307.23	31	21.02	27.61	45.65	36.68	15.56	23.82	313.15	39.54	334.03	43.34	49.49	96.02
2002q3	327.30	58,404.35	32	20.23	27.79	46.82	37.08	14.60	23.08	314.28	43.06	392.68	46.42	54.71	109.73
2002q4	286.32	59,923.62	34	20.05	28.22	47.69	35.46	14.55	23.14	294.12	35.57	461.03	41.03	59.23	113.19
2003q1	258.66	58,249.27	37	21.51	30.22	51.45	36.49	15.36	23.75	280.31	43.43	438.44	47.42	33.00	99.42
2003q2	259.83	65,202.49	36	21.49	31.50	51.10	35.81	15.40	23.43	288.53	49.98	529.63	44.87	72.94	134.59
2003q3	200.59	60,551.68	39	22.68	32.46	53.54	38.27	16.87	24.50	316.67	50.11	584.56	48.54	39.64	131.73
2003q4	266.03	61,589.17	41	26.02	36.53	57.62	41.09	20.44	27.16	375.01	67.52	549.00	50.21	55.76	162.98
2004q1	239.33	60,913.82	46	33.94	45.44	60.53	50.23	27.21	31.53	519.30	78.04	621.59	67.21	91.43	131.58
2004q2	233.48	67,639.71	46	37.15	59.68	58.86	50.90	28.00	31.53	558.03	93.04	544.77	63.73	92.42	155.26
2004q3	382.31	63,145.75	46	36.69	61.46	59.18	49.43	30.93	29.82	679.39	80.49	606.32	63.52	95.16	149.13
2004q4	394.22	66,070.50	49	39.76	60.44	63.28	54.91	32.14	32.49	723.91	94.10	651.61	65.70	110.09	140.87
2005q1	323.41	64,340.89	50	42.28	55.56	63.86	54.78	32.99	38.62	691.16	73.38	621.76	65.04	114.28	202.23
2005q2	643.81	71,310.37	51	44.24	54.73	63.62	56.13	33.45	39.12	715.84	83.41	631.12	70.04	111.47	187.75
2005q3	958.39	67,229.83	53	48.31	48.70	64.85	55.68	30.88	38.89	860.04	80.07	786.96	65.30	115.16	176.36
2005q4	1,160.69	71,090.07	59	54.74	44.20	70.91	61.21	34.42	47.57	1,204.76	64.57	1,055.53	80.21	150.53	238.77
2006q1	1,139.61	69,670.76	69	63.34	50.01	80.52	73.53	40.91	64.35	952.05	74.62	933.71	100.20	103.61	256.70

<<Continuación>>

<<Continuación>>

TRIMESTRE	ITM (Millones de soles)	PBI (Millones de soles)	IP (2007=100)	Precios Internacionales						Exportaciones (millones US\$)					
				Cobre (US\$/libras)	Estaño (US\$/libras)	Oro (US\$/troy)	Plata (US\$/troy)	Plomo (US\$/libras)	Zinc (US\$/libras)	Cobre	Estaño	Oro	Plata	Plomo	Zinc
2005q3	958.39	67,229.83	53	48.31	48.70	64.85	55.68	30.88	38.89	860.04	80.07	786.96	65.30	115.16	176.36
2005q4	1,160.69	71,090.07	59	54.74	44.20	70.91	61.21	34.42	47.57	1,204.76	64.57	1,055.53	80.21	150.53	238.77
2006q1	1,139.61	69,670.76	69	63.34	50.01	80.52	73.53	40.91	64.35	952.05	74.62	933.71	100.20	103.61	256.70
2006q2	1,046.38	75,823.94	86	87.30	56.77	90.34	91.82	37.90	92.54	1,467.10	94.24	1,054.52	125.50	157.52	464.11
2006q3	984.49	72,806.27	93	98.64	57.33	91.11	89.24	38.23	100.24	1,868.97	97.60	1,052.06	115.04	151.74	509.06
2006q4	1,109.24	76,296.86	94	94.07	67.81	90.47	96.39	52.49	120.55	1,707.42	142.50	992.11	138.84	299.71	761.33
2007q1	680.74	73,353.82	89	79.92	83.57	95.59	103.74	59.76	111.21	1,277.53	100.16	947.62	135.85	224.79	519.66
2007q2	697.57	80,625.63	98	95.93	95.17	98.44	103.65	71.20	107.36	1,738.63	157.69	928.34	125.36	237.09	837.30
2007q3	737.41	80,689.08	100	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	100.00	2,043.35	154.57	1,015.41	132.82	312.29	624.75
2007q4	730.56	85,024.46	101	95.43	108.46	114.05	108.32	108.56	80.93	2,159.57	182.68	1,296.04	144.20	258.78	557.70
2008q1	782.61	80,813.10	109	97.89	117.89	132.91	131.19	95.25	72.59	1,857.44	211.36	1,406.40	171.73	340.32	426.79
2008q2	823.27	89,146.44	115	110.27	148.61	135.54	137.77	83.75	66.63	2,241.54	175.67	1,405.64	156.74	275.51	414.72
2008q3	972.54	88,439.84	106	102.21	141.85	129.47	120.36	64.10	54.24	1,957.69	137.45	1,408.62	167.42	320.54	383.91
2008q4	1,063.70	90,523.62	85	61.08	97.63	119.12	83.38	47.26	39.83	1,220.28	138.29	1,365.38	99.56	199.30	242.87
2009q1	791.63	82,894.93	89	43.62	75.07	131.45	93.94	37.41	34.75	959.78	159.94	1,482.26	121.17	145.24	161.92
2009q2	2,021.37	88,427.18	93	57.90	86.77	136.77	106.22	48.32	42.42	1,284.54	151.74	1,595.54	41.12	267.04	263.18
2009q3	1,686.75	88,282.98	103	73.79	99.57	141.82	114.76	62.74	51.45	1,585.74	143.06	1,827.99	29.90	281.86	270.65
2009q4	2,039.90	92,978.92	110	85.34	102.18	159.14	134.17	76.55	64.14	2,105.33	136.48	1,885.16	21.90	421.67	537.47
2010q1	1,646.01	87,418.21	120	93.66	113.75	165.12	133.11	75.84	69.58	1,914.64	156.41	1,876.06	23.89	345.11	374.42
2010q2	2,143.62	96,887.26	122	93.58	120.80	173.89	140.56	68.01	63.21	2,116.36	200.04	1,938.40	25.39	312.16	447.62
2010q3	2,157.94	96,918.82	123	92.18	133.73	182.14	147.00	65.80	58.59	2,283.30	226.49	1,842.58	31.41	334.78	366.34
2010q4	2,578.63	101,155.71	137	109.85	170.68	199.12	194.83	78.92	68.47	2,564.84	258.68	2,087.59	37.52	586.75	507.69
2011q1	2,332.51	94,996.28	151	124.52	196.33	205.51	242.91	86.26	71.28	2,711.23	235.12	2,075.55	51.51	416.47	410.26
2011q2	3,852.32	102,176.04	154	120.82	198.86	219.93	292.85	86.91	68.63	2,839.69	202.45	2,407.75	52.00	666.21	403.78
2011q3	3,642.80	102,605.53	167	117.63	169.23	245.78	297.00	83.52	67.07	2,784.88	81.51	2,861.43	67.06	699.49	376.37
2011q4	5,278.19	107,274.13	165	100.52	144.15	252.54	260.33	69.56	58.45	2,385.23	256.52	2,890.61	48.88	644.57	332.13
2012q1	3,128.98	100,668.84	164	106.03	149.24	248.71	249.38	69.96	60.07	2,748.45	172.56	2,934.15	58.41	583.04	352.63
2012q2	4,164.47	107,960.88	153	104.75	143.68	241.18	236.37	67.29	58.85	2,376.59	138.40	2,265.84	52.83	658.15	312.64
2012q3	4,562.22	109,624.76	155	99.83	130.90	243.23	229.96	65.80	56.64	2,774.27	109.32	2,718.48	54.31	640.75	319.97
2012q4	4,844.01	113,018.50	162	103.77	144.95	255.39	255.64	74.06	59.15	2,831.64	137.99	2,827.04	44.02	693.40	367.11

<<Continuación>>

<<Continuación>>

TRIMESTRE	ITM (Millones de soles)	PBI (Millones de soles)	IP (2007=100)	Precios Internacionales						Exportaciones (millones US\$)					
				Cobre (US\$/libras)	Estaño (US\$/libras)	Oro (US\$/troy)	Plata (US\$/troy)	Plomo (US\$/libras)	Zinc (US\$/libras)	Cobre	Estaño	Oro	Plata	Plomo	Zinc
2013q1	3,683.35	105,427.64	162	103.61	161.22	243.51	237.36	77.41	61.26	2,398.03	125.97	2,467.79	79.90	342.90	350.97
2013q2	4,826.35	114,690.34	141	95.03	145.67	215.99	191.11	70.40	56.14	2,182.78	122.92	2,181.28	108.48	524.19	364.83
2013q3	4,899.08	115,431.14	129	92.22	142.64	197.14	166.25	70.97	55.84	2,651.36	137.87	2,076.76	164.62	476.70	355.41
2013q4	6,691.33	120,899.60	125	93.46	155.06	191.17	165.20	71.05	57.02	2,588.58	140.96	1,810.45	126.25	432.26	342.63
2014q1	4,475.70	110,643.30	127	92.47	153.79	188.99	157.91	71.26	60.69	2,033.78	157.89	1,649.25	138.58	301.36	357.81
2014q2	4,501.62	116,939.26	124	88.26	156.82	192.61	155.14	70.37	61.97	2,176.20	137.84	1,594.51	97.23	338.95	358.51
2014q3	4,495.92	117,592.10	124	90.73	150.00	189.77	153.68	72.97	68.21	2,446.66	134.21	1,784.60	51.04	460.91	352.98
2014q4	5,204.77	122,201.78	117	87.31	136.84	179.13	131.99	68.49	67.73	2,218.27	109.61	1,700.72	44.23	421.29	434.25
2015q1	3,996.03	112,788.30	116	77.78	127.07	180.16	129.95	62.03	63.30	1,728.92	101.01	1,655.48	34.38	406.77	384.38
2015q2	3,962.60	120,660.08	113	78.65	108.95	176.11	127.47	64.36	64.78	1,952.45	81.58	1,629.04	36.23	377.56	386.44
2015q3	4,506.07	121,314.56	105	70.58	102.54	168.73	118.44	58.87	57.39	2,065.32	72.57	1,646.17	33.17	349.83	397.63
2015q4	4,773.59	127,913.43	98	64.88	102.92	164.30	115.04	56.72	49.38	2,420.85	86.51	1,719.91	34.02	414.11	339.21
2016q1	2,202.57	117,964.79	103	60.85	103.52	170.73	114.60	58.44	49.30	1,925.37	71.30	1,647.91	26.38	353.93	299.78
2016q2	2,002.95	125,335.40	109	62.55	114.82	185.99	128.57	58.77	56.88	2,351.19	81.06	1,861.82	28.94	341.94	303.51
2016q3	2,008.49	127,082.81	112	61.87	123.36	195.46	148.28	61.84	66.11	2,622.38	86.49	2,035.00	35.24	482.71	382.37
2016q4	2,401.54	131,807.59	105	67.05	139.35	184.28	137.77	70.67	74.04	3,271.94	105.42	1,880.98	29.91	479.23	483.09
2017q1	1,581.89	120,628.35	109	75.56	137.80	177.91	133.99	76.27	82.81	3,039.56	90.47	1,785.92	26.59	335.32	514.43
2017q2	2,047.68	128,579.79	111	74.52	135.03	185.21	135.03	74.12	79.64	3,200.20	95.81	1,991.46	29.49	402.62	540.15
2017q3	2,484.87	130,573.09	118	80.78	137.83	188.50	131.28	77.02	86.15	3,526.29	96.85	2,324.47	28.79	482.56	551.28
2017q4	3,284.81	134,872.43	118	88.27	136.08	190.33	131.38	83.12	96.49	4,078.90	87.34	2,168.63	33.16	505.64	792.65

FUENTE: Datos obtenido del BCRP, MINEM.

Anexo 4: Resultados de prueba de selección de rezagos

```
. varsoc D.lnY D.lnK , maxlag(8) exog(L9D.lnIP)
```

Selection-order criteria

Sample: 2002q3 - 2017q4

Number of obs

=

62

lag	LL	LR	df	p	FPE	AIC	HQIC	SBIC
0	90.2632				.000212	-2.78268	-2.7288	-2.64545
1	112.781	45.037	4	0.000	.000117	-3.38005	-3.27228	-3.10558
2	113.689	1.8153	4	0.770	.000129	-3.28029	-3.11865	-2.86859
3	155.975	84.572	4	0.000	.000038	-4.51533	-4.2998	-3.96639
4	179.651	47.351	4	0.000	.00002	-5.15002	-4.88061	-4.46385*
5	186.131	12.961	4	0.011	.000019	-5.23004	-4.90675*	-4.40663
6	187.812	3.3626	4	0.499	.00002	-5.15524	-4.77807	-4.1946
7	193.467	11.31	4	0.023	.000019	-5.20862	-4.77757	-4.11075
8	200.222	13.51*	4	0.009	.000018*	-5.29749*	-4.81256	-4.06238

Endogenous: D.lnY D.lnK

Exogenous: L9D.lnIP _cons

Anexo 5: Resultados de prueba de cointegración

. vecrank lnY lnK lnIP, max

Johansen tests for cointegration

Trend: constant Number of obs = 70
 Sample: 2000q3 - 2017q4 Lags = 2

maximum				trace	5%
rank	parms	LL	eigenvalue	statistic	critical
0	12	212.88615	.	12.6117*	29.68
1	17	217.03477	0.11178	4.3144	15.41
2	20	219.00197	0.05466	0.3800	3.76
3	21	219.19199	0.00541		

maximum				max	5%
rank	parms	LL	eigenvalue	statistic	critical
0	12	212.88615	.	8.2972	20.97
1	17	217.03477	0.11178	3.9344	14.07
2	20	219.00197	0.05466	0.3800	3.76
3	21	219.19199	0.00541		

Anexo 6 : Resultados de Modelo Vectores Autoregresivos

. var D.lnY D.lnK , lags(1/8) exog(L8D.lnIP)

Vector autoregression

Sample: 2002q2 - 2017q4	Number of obs	=	63
Log likelihood = 202.398	AIC	=	-5.282475
FPE = .000018	HQIC	=	-4.800815
Det(Sigma_ml) = 5.55e-06	SBIC	=	-4.057827

Equation	Parms	RMSE	R-sq	chi2	P>chi2
D_lnY	18	.013573	0.9618	1586.403	0.0000
D_lnK	18	.249174	0.4951	61.7774	0.0000

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
D_lnY						
lnY						
LD.	-.036263	.1182387	-0.31	0.759	-.2680066	.1954806
L2D.	-.2277983	.1106148	-2.06	0.039	-.4445993	-.0109973
L3D.	-.2163743	.1174943	-1.84	0.066	-.4466589	.0139103
L4D.	.3659952	.1064597	3.44	0.001	.1573381	.5746523
L5D.	-.3921042	.1017686	-3.85	0.000	-.5915669	-.1926415
L6D.	-.1415383	.1202641	-1.18	0.239	-.3772515	.094175
L7D.	-.2696654	.1100678	-2.45	0.014	-.4853943	-.0539364
L8D.	.0661039	.1046038	0.63	0.527	-.1389157	.2711236
lnK						
LD.	.0044039	.0068781	0.64	0.522	-.0090769	.0178847
L2D.	-.0037943	.0064702	-0.59	0.558	-.0164757	.008887
L3D.	.0115849	.005981	1.94	0.053	-.0001377	.0233075
L4D.	.0055668	.0063599	0.88	0.381	-.0068984	.0180319
L5D.	-.0081929	.0063189	-1.30	0.195	-.0205777	.0041919
L6D.	-.0054303	.0058004	-0.94	0.349	-.0167988	.0059383
L7D.	.0081232	.0057981	1.40	0.161	-.0032408	.0194873
L8D.	.0226642	.0061195	3.70	0.000	.0106702	.0346583
lnIP						
L8D.	.0569732	.0242024	2.35	0.019	.0095373	.1044092
_cons	.0223937	.0052546	4.26	0.000	.0120948	.0326926

<<Continuación>>

<<Continuación>>

	Coef.	Std. Err.	z	P> z	[95% Conf. Interval]	
D_lnK						
lnY						
LD.	-1.560906	2.170607	-0.72	0.472	-5.815216	2.693405
L2D.	-2.11159	2.030648	-1.04	0.298	-6.091587	1.868406
L3D.	-.086929	2.15694	-0.04	0.968	-4.314454	4.140596
L4D.	2.159362	1.954368	1.10	0.269	-1.671129	5.989854
L5D.	1.9198	1.86825	1.03	0.304	-1.741904	5.581503
L6D.	2.095933	2.207787	0.95	0.342	-2.231251	6.423117
L7D.	-1.505556	2.020606	-0.75	0.456	-5.465872	2.454759
L8D.	-.8474888	1.920299	-0.44	0.659	-4.611205	2.916228
lnK						
LD.	-.1237199	.1262667	-0.98	0.327	-.3711981	.1237582
L2D.	.0875913	.1187788	0.74	0.461	-.1452108	.3203935
L3D.	.3534026	.1097991	3.22	0.001	.1382004	.5686049
L4D.	.1625715	.1167538	1.39	0.164	-.0662618	.3914047
L5D.	-.0544815	.1160009	-0.47	0.639	-.281839	.1728761
L6D.	-.1447399	.1064825	-1.36	0.174	-.3534417	.0639619
L7D.	-.208818	.1064406	-1.96	0.050	-.4174378	-.0001982
L8D.	.002068	.1123411	0.02	0.985	-.2181166	.2222526
lnIP						
L8D.	.3107075	.4443044	0.70	0.484	-.5601132	1.181528
_cons	.020176	.0964639	0.21	0.834	-.1688898	.2092419

Anexo 7: Prueba de causalidad

. vargranger

Granger causality Wald tests

Equation	Excluded	chi2	df	Prob > chi2
D_lnY	D.lnK	19.496	8	0.012
D_lnY	ALL	19.496	8	0.012
D_lnK	D.lnY	16.055	8	0.042
D_lnK	ALL	16.055	8	0.042

Anexo 8: Prueba de estabilidad

. varstable

Eigenvalue stability condition

Eigenvalue	Modulus
-.994538	.994538
.00976603 + .9835657i	.983614
.00976603 - .9835657i	.983614
.8057043 + .4051373i	.901829
.8057043 - .4051373i	.901829
-.5092425 + .6745141i	.845161
-.5092425 - .6745141i	.845161
-.139921 + .7174699i	.730986
-.139921 - .7174699i	.730986
-.6904597	.69046
.6363005 + .1616397i	.65651
.6363005 - .1616397i	.65651
.3418964 + .4937943i	.600605
.3418964 - .4937943i	.600605
-.3718272 + .3818943i	.533009
-.3718272 - .3818943i	.533009

All the eigenvalues lie inside the unit circle.
VAR satisfies stability condition.

Anexo 9: Prueba de autocorrelacion

```
. varlmar, mlag(8)
```

Lagrange-multiplier test

lag	chi2	df	Prob > chi2
1	2.8893	4	0.57652
2	0.4148	4	0.98125
3	9.2617	4	0.05488
4	2.8972	4	0.57517
5	1.3739	4	0.84873
6	6.0057	4	0.19872
7	3.2251	4	0.52089
8	1.3554	4	0.85191

H0: no autocorrelation at lag order

Anexo 10: Prueba de normalidad

. varnorm, jbera skewness kurtosis

Jarque-Bera test

Equation	chi2	df	Prob > chi2
D_lnY	0.658	2	0.71954
D_lnK	3.990	2	0.13599
ALL	4.649	4	0.32529

Skewness test

Equation	Skewness	chi2	df	Prob > chi2
D_lnY	.25081	0.650	1	0.42010
D_lnK	.43137	1.923	1	0.16555
ALL		2.573	2	0.27626

Kurtosis test

Equation	Kurtosis	chi2	df	Prob > chi2
D_lnY	2.9434	0.008	1	0.92757
D_lnK	3.8946	2.068	1	0.15046
ALL		2.076	2	0.35420

Anexo 11: Descomposición de varianzas

```
. irf table fevd, irf(var) impulse(D.lnY D.lnK) response(D.lnY D.lnK) noci
```

Results from var

step	(1) fevd	(2) fevd	(3) fevd	(4) fevd
0	0	0	0	0
1	.913002	0	.086998	1
2	.90245	.00095	.09755	.99905
3	.879938	.006788	.120062	.993212
4	.864319	.007252	.135681	.992748
5	.8505	.033308	.1495	.966692
6	.826409	.035476	.173591	.964524
7	.798579	.040218	.201421	.959782
8	.752564	.040734	.247436	.959266
9	.710007	.04547	.289993	.95453
10	.690818	.045165	.309182	.954835
11	.68223	.045986	.31777	.954014
12	.647939	.053075	.352061	.946925
13	.660513	.053924	.339487	.946076
14	.637221	.055248	.362779	.944752
15	.626386	.057194	.373614	.942806
16	.619768	.058998	.380232	.941002
17	.628014	.061845	.371986	.938155
18	.612722	.061934	.387278	.938066
19	.605138	.061902	.394862	.938098
20	.599122	.062349	.400878	.937651

(1) irfname = var, impulse = D.lnY, and response = D.lnY

(2) irfname = var, impulse = D.lnY, and response = D.lnK

(3) irfname = var, impulse = D.lnK, and response = D.lnY

(4) irfname = var, impulse = D.lnK, and response = D.lnK

Anexo 12: Matriz de varianzas y covarianzas

```
. matrix list e(Sigma)

symmetric e(Sigma) [2,2]
          D.          D.
          lnY          lnK
D.lnY    .00013233
D.lnK    .00071538   .04445352
```

Anexo 13: Multiplicadores de la inversión total minera

```
. irf table coirf, irf(var) impulse(D.lnK) response(D.lnY)
```

Results from var

step	(1) coirf	(1) Lower	(1) Upper
0	.003393	.000593	.006193
1	.004638	.000632	.008644
2	.002457	-.002078	.006991
3	.004215	-.000388	.008818
4	.006766	.001356	.012177
5	.003893	-.001969	.009755
6	.000884	-.005174	.006941
7	.004687	-.001252	.010626
8	.009722	.003146	.016298
9	.006649	-.000294	.013592
10	.004511	-.002482	.011505
11	.008592	.00172	.015463
12	.011765	.004187	.019343
13	.007906	.000036	.015775
14	.00512	-.002787	.013027
15	.007464	-.000297	.015225
16	.010032	.001651	.018412
17	.00638	-.002153	.014913
18	.003638	-.004724	.011999
19	.006262	-.001827	.014351
20	.009319	.000871	.017768

95% lower and upper bounds reported

(1) irfname = var, impulse = D.lnK, and response = D.lnY